

～多面体を使って地球の表面積を求める～

八王子市立七国小学校 6年 伊藤 ゆいな

1. 目的

地球温暖化により、北極の氷の面積が小さくなっている事を新聞で知った。実際にインターネットで調べてみると、北極の氷の大きさは一年のうちに大きくなったり小さくなったりするものの、一年間の中で一番少ない時の大きさで比べると、1980年が約8000000km²だったのが、2015年には約4000000km²と半分近くまで減っている事が分かった。そこで、地球の表面積を求めて、北極の氷の面積と地球の表面積を比べようと思い、この研究を始めた。

2. 予想

地球温暖化の影響で氷の面積が小さくなっていると思うので、北極の氷の面積と地球の表面積の比は1:100だと思う。

3. 研究方法

まず一辺が5cmの正六面体を作り、その断面図、展開図から必要な長さを測る。その値をもとに、比を使って直径30cmの球体にぴったり入る正六面体を模型で作る。次に、直径30cmの透明の球に模型を入れて、計算が正しい事を確認する。同じように二十四面体と四十八面体も作る。最後に、比を使って地球の表面積を求める。

5. 二十四面体

図7のように、正六面体の各面に四角すいを貼り付けて二十四面体を作る。四角すいの各辺の長さを作図して求める。断面図IBEGDは図8のようになり、実際に測って見たところ斜辺IBの長さは4cmであった。したがって二十四面体の一つの面の大きさは図9のようになる。次に直径30cmの球にぴったり入る二十四面体の各辺の長さを比の計算で求める。

図7 四角すいの貼り付け方

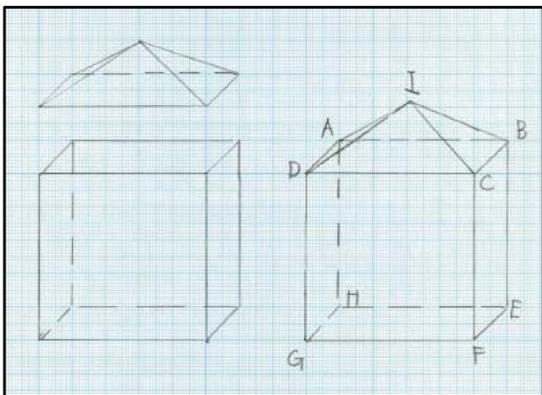
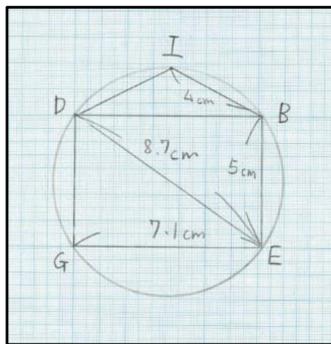


図8 断面図IBEGD



四角すいの斜辺は4cmなので、30cmの球体に入る二十四面体の三角形の斜辺の長さを求めるためには、4cmに $\frac{30}{8.7}$ をかければよい。

同様に他の求めたい長さにも $\frac{30}{8.7}$ をかける。

$$\text{斜辺} \quad 4 \times \frac{30}{8.7} = \frac{1200}{8.7} = 13.79 \quad \text{約}13.8 \text{ cm}$$

$$\text{高さ} \quad 3.1 \times \frac{30}{8.7} = \frac{930}{8.7} = 10.68 \quad \text{約}10.7 \text{ cm}$$

したがって三角形の各辺の長さは図9の括弧の中に示した通りとなる。二十四面体の展開図は図10のようになり、実際に作った二十四面体を図11に示す。直径30cmの球体にぴったり入る事が確認でき、計算が正しかった事が分かった。

図9 三角形の大きさ

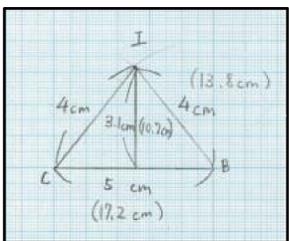


図10 二十四面体の展開図

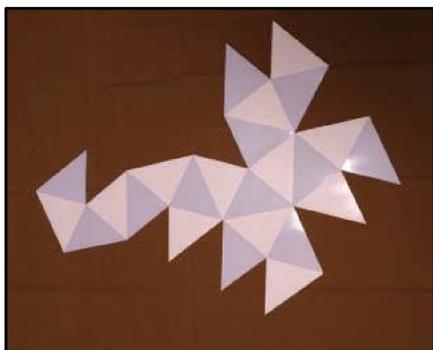


図11 作成した二十四面体



4. 正六面体

最初に一辺が5cmの正六面体をつくる。図1に展開図、図2に見取り図を示す。

図1 正六面体の展開図

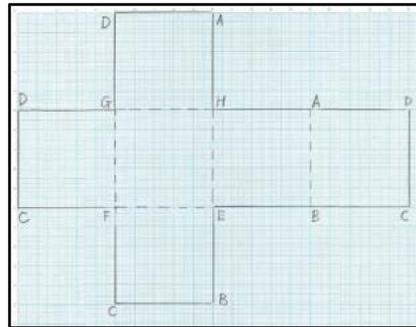


図2 正六面体の見取り図

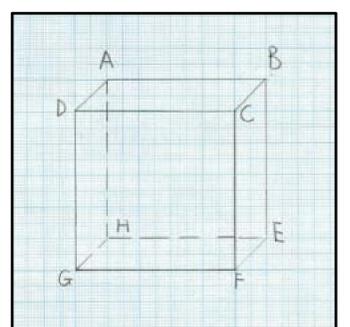
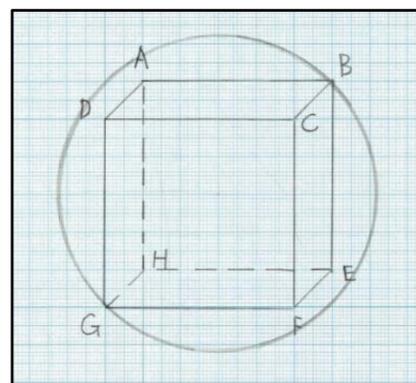


図3 円の中に描いた見取り図



この正六面体がぴったり入る球の直径を求める。図3に示すように、球の直径はBとGの長さになる。BからGの長さを求めるために、断面図DBEGを描きたい。そのためにBからDの長さを展開図を用いて測ったところ、長さは7.1cmであった。(図4)この7.1cmを使い断面図を描く。

図4 対角線BDを測る様子

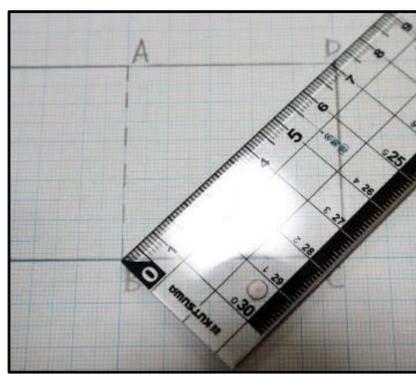


図5 断面図DBEG

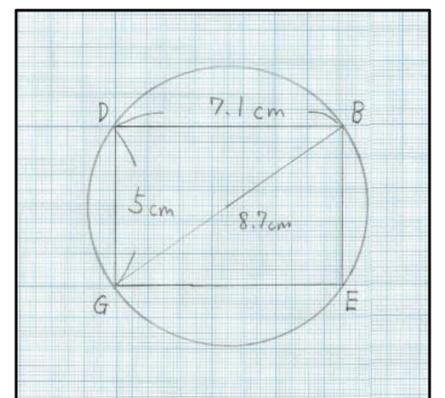


図5に示した断面図から、BからGの長さを測った結果8.7cmであった。したがって、一辺が5cmの正六面体がぴったり入る球の直径は8.7cmであることが分かった。

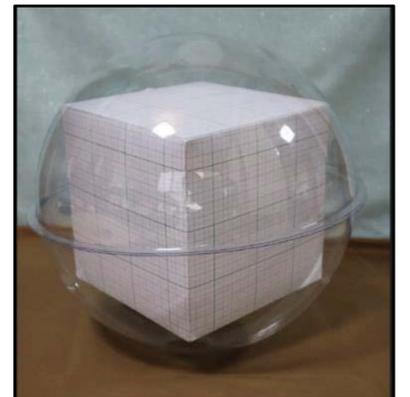
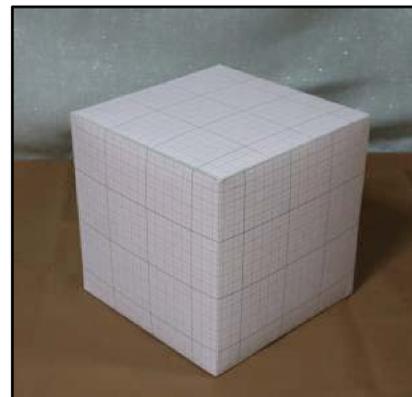
次に直径30cmの球にぴったり入る正六面体の一辺の長さを比の計算を用いて求める。

直径30cmの球に入る正六面体の各辺の長さは5cmを $\frac{30}{8.7}$ 倍すればよい。

$$5 \times \frac{30}{8.7} = \frac{1500}{8.7} = 17.24$$

したがって一辺の長さは約17.2cmであることが分かった。この値をもとに作成した模型を図6に示す。図6より、直径30cmの球体にぴったり入る事が確認でき、計算が正しかった事が分かった。

図6 作成した正六面体



6. 四十八面体

図11のように、二十四面体に12個の四角すいを貼り付け、四十八面体を作る。四角すいの各辺の長さを作図して求め、更に断面図から長さを測る。

図12 断面図MJNL

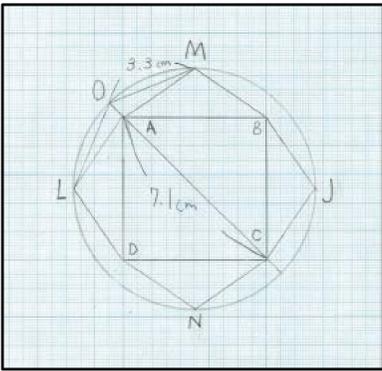


図12と図13の違う方向から描いた二つの断面図から、四角すいの側面の三角形の各辺の長さは図15に示すように、4 cm、3.3 cm、2.7cmと求められた。次に直径30cmの球にぴったり入る四十八面体の各辺の長さを比の計算で求める。

求めたい各辺の長さにそれぞれ $\frac{30}{8.7}$ をかけると

$$\frac{300}{87} \times 4 = \frac{1200}{87} = 13.79 \quad \text{約} 13.8 \text{ cm}$$

$$\frac{300}{87} \times 3.3 = \frac{330}{29} = 11.37 \quad \text{約} 11.4 \text{ cm}$$

$$\frac{300}{87} \times 2.7 = \frac{270}{29} = 9.31 \quad \text{約} 9.3 \text{ cm}$$

$$\frac{300}{87} \times 2.2 = \frac{660}{87} = 7.58 \quad \text{約} 7.6 \text{ cm} \quad \text{となる。}$$

図14 四十八面体の展開図

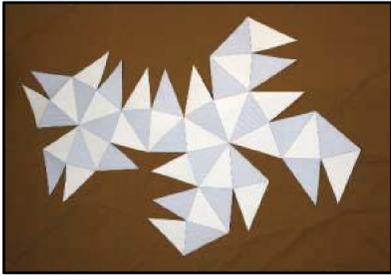


図16 作成した四十八面体



図11 二十四面体の見取り図と四角すいの貼り付け方

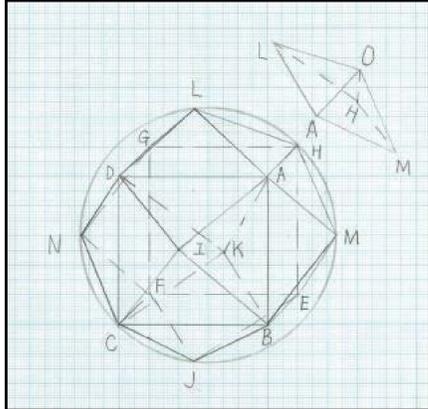


図13 断面図AHKFCI

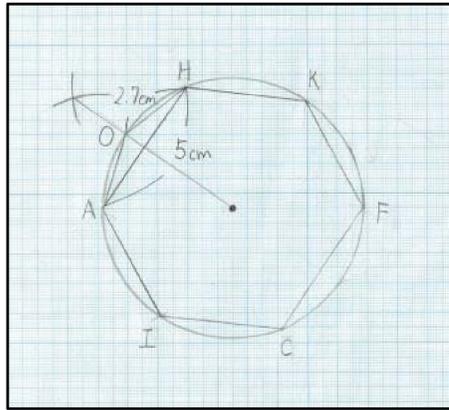
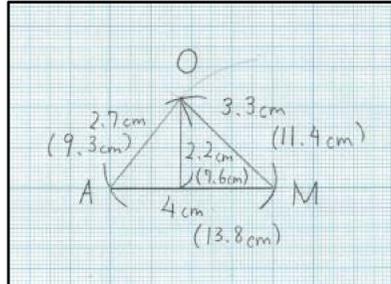


図15 四十八面体の一つの面



したがって三角すいの各辺は、約11.4cm、約9.3cm、約13.8cmである事が分かった。これで実際に作った四十八面体を図16に示す。

直径30cmの球体にぴったり入る事が確認でき、計算が正しかった事が分かった。

7. 地球の表面積を求める

参考文献[1]によると、地球の直径は約12700kmである。12700kmと8.7cmの比を使って地球の大きさに換算したときの長さを求める。つまり、作図で求めた長さに $\frac{1270000000}{87}$ をかける事により求められる。

地球にすっぽり入る正六面体

一辺の長さ5cm = 0.00005kmに $\frac{1270000000}{8.7}$ をかけて

$$0.00005 \times \frac{1270000000}{8.7} = 7298 \dots \quad \text{約} 7300 \text{ km} \text{となる。}$$

四角形の面積は 7300×7300 をして、それに6をかけて、 $7300 \times 7300 = 53290000$

$$53290000 \times 6 = 319740000 \quad \text{約} 320000000 \text{ km}^2 \text{となる。}$$

地球にすっぽり入る二十四面体

底辺の長さを求める。5 cm = 0.00005kmに $\frac{1270000000}{8.7}$ をかけて

$$0.00005 \times \frac{1270000000}{8.7} = 7298 \dots \quad \text{約} 7300 \text{ km} \text{となる。}$$

高さは3.1cm = 0.000031kmなのでこの長さに $\frac{1270000000}{8.7}$ をかけて、

$$0.000031 \times \frac{1270000000}{8.7} = 4525 \quad \text{約} 4530 \text{ km} \text{となる。}$$

三角形の面積を求める公式に当てはめて計算し、それに24をかける。 $7300 \times 4530 \div 2 = 16400000$

$$16400000 \times 24 = \text{約} 390000000 \quad \text{約} 390000000 \text{ km}^2 \text{となる。}$$

地球にすっぽり入る四十八面体

底辺 4 cm = 0.00004kmと高さ 2.2cm = 0.000022kmに $\frac{1270000000}{8.7}$ をかけて

$$0.00004 \times \frac{1270000000}{8.7} = 5839 \quad \text{約} 5840 \text{ km}$$

$$0.000022 \times \frac{1270000000}{8.7} = 3211 \quad \text{約} 3210 \text{ km} \text{となる。}$$

三角形の面積を求める公式に当てはめて計算し、それに48をかける。 $5840 \times 3210 \div 2 = \text{約} 9370000 \text{ km}^2$

$$9370000 \times 48 = \text{約} 450000000 \text{ km}^2 \quad \text{約} 450000000 \text{ km}^2 \text{となる。}$$

多面体と表面積の関係を、縦軸を表面積 (km²)、横軸を面の数として図17に表す。

図17 多面体と表面積の関係

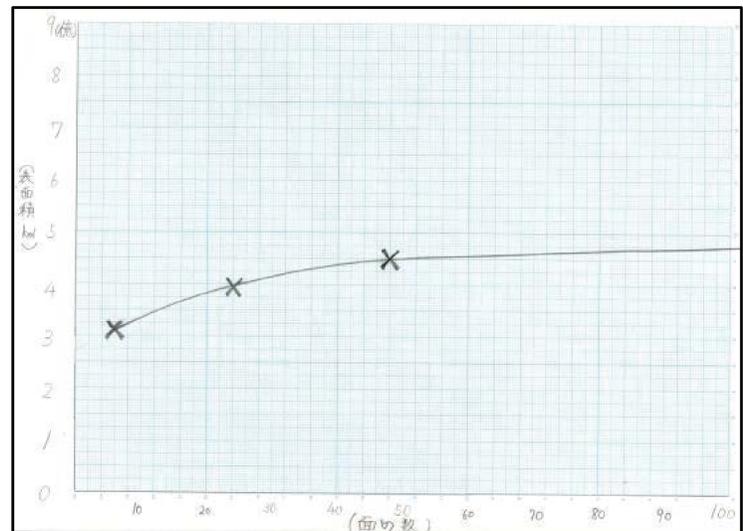


図17から地球の表面積はおおよそ500000000km²だと予想できる。このことから地球の表面積と氷の面積の比は500000000 : 4000000となり、比を簡単にすると125 : 1となった。

8. 結果

地球にすっぽり入る六面体は約320000000km²、二十四面体は約390000000km²、四十八面体は約450000000km²だとわかった。地球の表面積と氷の面積の比は、125 : 1だと分かった。

9. 考察とまとめ

図16を見ると、まだ球体と多面体の間に隙間があるので、面を増やしていけばもっと表面積が増えると考えられる。また図17の結果から、地球の表面積は約500000000km²だと推測できる。1980年の氷の面積は約8000000km²で、四十八面体の三角形一つの面積は約9370000km²なので、だいたい三角形一つ分だとわかった。2015年の氷の面積は約4000000km²で三角形の面積の半分もない事が分かった。このことから北極の氷は温暖化により、たった35年間で氷の面積の割合が125:2から125:1に減少していることが分かり、温暖化の対策をもっと進めないといけないと思った。



参考文献

[1]内田安茂 (1971)『学研の図鑑-地球』pp.11 学研

[2]気象庁HP(2022.8.20) https://www.data.jma.go.jp/kaiyou/shindan/a_1/series_global/series_global.html