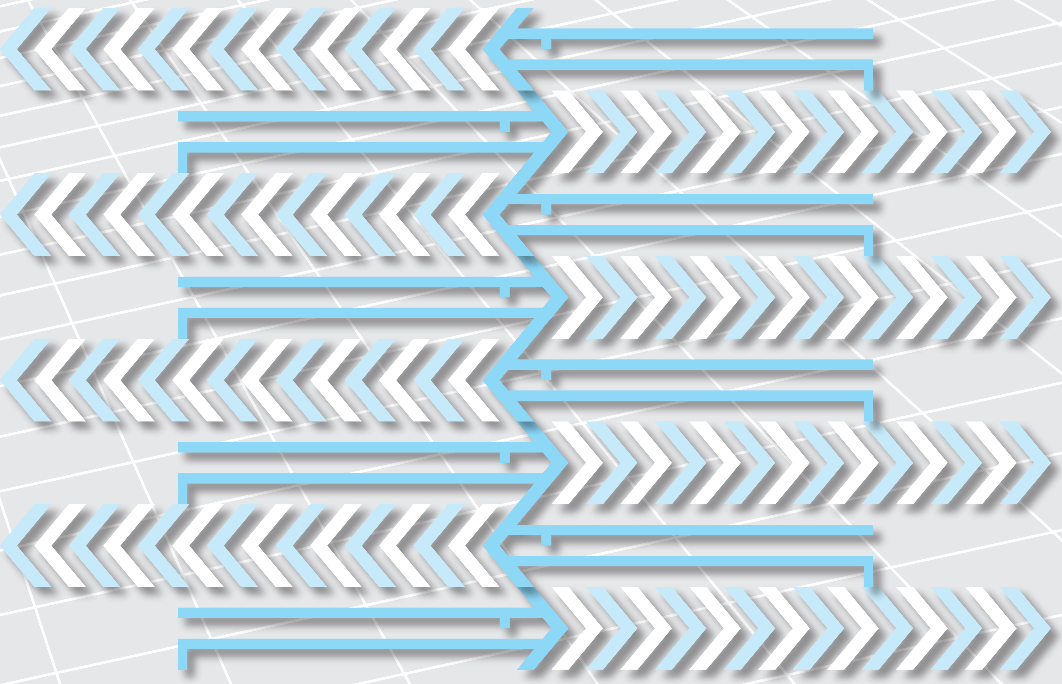
発展的な学習を推進するための指導資料

中学校編

数　学



平成24年3月
東京都教育委員会

は　じ　め　に

東京都教育庁指導部長　　坂　本　和　良

東京都教育委員会は、児童・生徒の確かな学力の定着と伸長を図ることを目的に、中学校では平成１５年度から、小学校では平成１６年度から「児童・生徒の学力向上を図るための調査」を実施しています。これまでの調査結果から、東京都の児童・生徒の学力の定着状況は、習熟の程度の遅いグループの層から習熟の程度の早いグループの層にかけて、幅広く分布しているという傾向が見られ、そのことから、児童・生徒一人一人の習熟の程度に応じた指導の充実を図ることが必要となっています。

東京都教育委員会では、児童・生徒一人一人の学習のつまずきを防ぐために、平成２０年１０月に国語科及び算数・数学科において、学習の素地として確実に身に付けさせる必要がある資質・能力とその段階的な指導を明らかにした「児童・生徒の学習のつまずきを防ぐ指導基準（東京ミニマム）」を作成し、説明会を実施してきました。

さらに、習熟の程度の早い児童・生徒に対する指導の充実を図るためには、教科用図書だけではなく、教材開発による応用・発展的な内容を提示したり、課題選択や課題学習を設定したりするなどの学習を広げ、深め、進める指導の工夫が求められます。

そこで、東京都教育委員会では、平成２２年度に「発展的な学習を推進するための教材・指導法の開発委員会（小学校部会）」を設置し、学習指導要領の内容を十分に身に付けている児童に対して、学習指導要領の内容を一層広げ、深め、進める学習を行うための教材・指導方法の開発を行い、その成果として、「発展的な学習を推進するための指導資料　小学校編」を刊行しました。そして、本年度は、「発展的な学習を推進するための教材・指導法の開発委員会（中学校部会）」を設置し、本指導資料「発展的な学習を推進するための指導資料　中学校編」を刊行しました。

各学校におかれましては、これまでの取組に加えて、本指導資料を活用し、生徒の習熟の程度に応じた指導をより一層充実させていただくことをお願いいたします。

最後になりましたが、本指導資料の作成に当たり、御尽力いただいた皆様に、改めて深く感謝申し上げます。

目　　　　次

Ⅰ「発展的な学習を推進するための指導資料」〈中学校編〉における基本的な考え方

1　習熟の程度に応じた学習指導

「児童・生徒の学力向上を図るための調査」（東京都実施）の分析結果から、学力の定着状況が習熟の遅い層から習熟の早い層にかけて、広く分散している傾向を捉えることができ、より一層、基礎的・基本的な内容の確実な習得及び習得した知識・技能を活用して課題を解決するために必要な思考力・判断力・表現力等の能力を育むとともに、主体的に学習に取り組む態度を養っていく必要があることが明らかとなった。これらの資質・能力の育成には、個に応じた指導の充実が必要であり、中でも児童・生徒一人一人の習熟の程度に応じた指導の充実が大切である。

まず、習熟の程度の遅いグループへの対応として、児童・生徒の日常の学校生活の実態を十分把握して、到達度目標を明確にするとともに、児童・生徒の興味・関心を喚起し、目標の達成に向けた段階的・系統的な指導が求められる。

東京都教育委員会では、「児童・生徒の学力向上を図るための調査」の分析結果から、東京都の児童・生徒が学習指導要領の国語科及び算数科・数学科の目標を達成し、内容を習得するに当たって、「学習の素地として確実に身に付けてさせておく必要がある資質・能力」とその段階的な指導を明らかにした「児童・生徒の学習のつまずきを防ぐ指導基準（東京ミニマム）」を平成 20 年 10 月に作成・公表した。さらに、平成 21 年度には、新しい学習指導要領（平成 20 年３月告示）の内容及び平成 20 年度の「児童・生徒の学力向上を図るための調査」の結果、平成 21 年度の国の「全国学力・学習状況調査」の結果を踏まえ、指導事例に加えて「東京ミニマム」の改訂を行い、説明会を開催した。

次に、習熟の程度の早いグループへの対応として、教科用図書だけではなく、教材開発による応用・発展的な内容を提示したり、課題選択や課題学習を設定したりするなどの指導の工夫が求められる。

東京都教育委員会では、習熟の程度の早い児童・生徒への指導の支援として、平成 22 年度に「発展的な学習を推進するための教材・指導法委員会（小学校）」を設置し、発展的な学習を推進するための教材・指導方法の開発を行い、その成果として、「発展的な学習を推進するための指導資料　小学校編」を刊行した。

平成 23 年度においては、「発展的な学習を推進するための教材・指導法委員会（中学校）」を設置し、発展的な学習を推進するための教材・指導方法の開発を行い、本指導資料を刊行したところである。

2　発展的な学習の定義と育成したい資質・能力

学習指導要領に示す内容を十分に身に付けている児童・生徒に対しては、個に応じた指導の充実を図る観点から、児童・生徒の能力・適性、興味・関心等に応じて、さらに学習を広げたり、深めたり、進めたりすることが求められる。

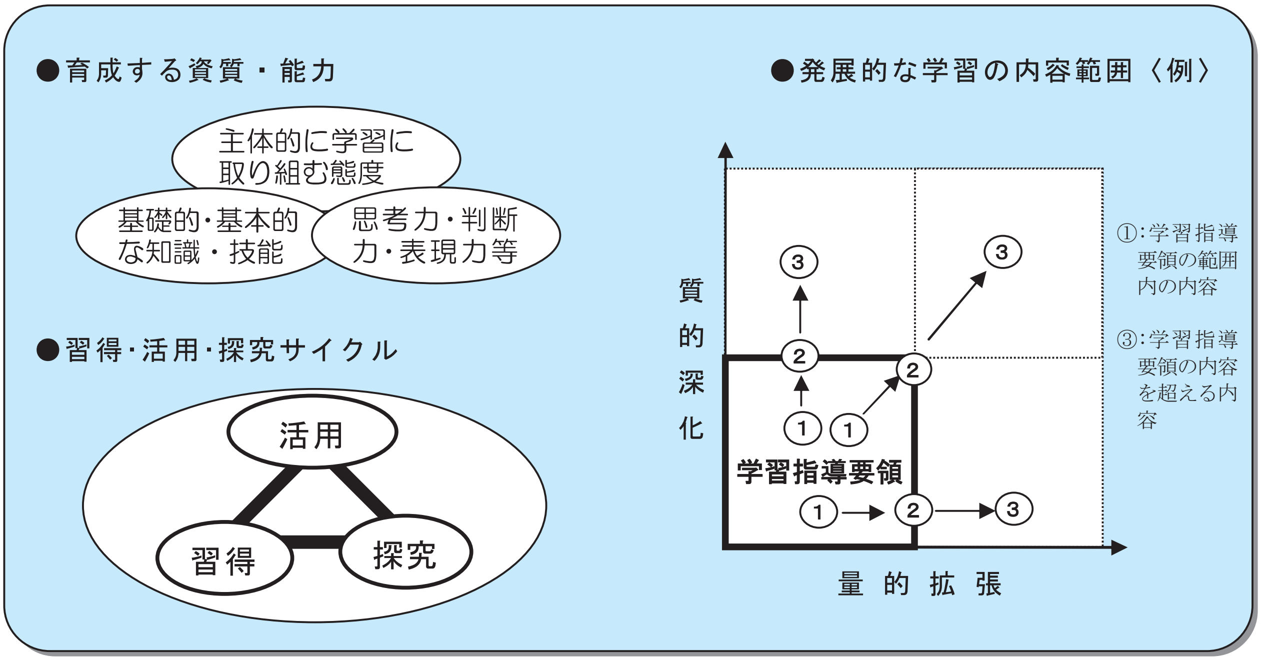
東京都教育委員会では、発展的な学習について、「学習指導要領に示された内容の理解を一層深める学習や広げる学習、さらに進んだ内容についての学習」と定義した。この定義により、発展的な学習を次の二点から設定した。

第一点は、学習指導要領の内容をさらに深めたり、広げたりする学習である。

第二点は、学習指導要領の内容をさらに進める（超える）学習である。

また、「習得」・「活用」・「探究」を学習活動で捉えるならば、発展的な学習は、課題を解決するために習得した知識・技能を活用し、思考力・判断力・表現力等を育成する「活用」・「探究」の学習活動が中心となる。ただし、「習得」・「活用」・「探究」は、「探究」から「活用」に進んだり、「活用」から「習得」に進んだりすることもある。

このように、これらの発展的な学習を通して、基礎的な知識及び技能を確実に習得させるとともに、これらを活用して課題を解決するために必要な思考力・判断力・表現力等をより一層育み、主体的に学習に取り組む態度を養っていくことが大切である。



3　「発展的な学習」の学習指導要領における位置付け・留意点について

東京都教育委員会では、学習指導要領に示す目標及び内容を十分に身に付けている児童・生徒に対しては、個に応じた指導の充実を図る観点から、児童・生徒の能力・適性、興味・関心等に応じて、さらに学習を広げたり、深めたり進めたりするための発展的な学習が大切であると考える。

文部科学省においても、平成 14 年 1 月 17 日、「確かな学力向上のための 2002 アピール『学びのすすめ』」において、「学習指導要領は最低基準であり、理解の進んでいる子どもは、発展的な学習で力をより伸ばす」と示している。このことを踏まえ、発展的な学習は、平成 20 年３月に告示された「中学校学習指導要領　総則」の「第２　内容等の取扱いに関する共通的事項」に、「２　学校において特に必要がある場合には、第２章以下に示していない内容を加えて指導することができる。また、第２章以下に示す内容の取扱いのうち、内容の範囲や程度等を示す事項は、すべての生徒に対して指導する内容の範囲や程度等を示したものであ

り、学校において特に必要がある場合には、この事項にかかわらず指導することができる」と位置付けられている。

発展的な学習の留意点としては、「中学校学習指導要領　総則」の「第２　内容等の取扱いに関する共通的事項」において、「第２章以下に示す各教科、道徳及び特別活動並びに各学年、各分野又は各言語の目標や内容の趣旨を逸脱したり、生徒の負担過重となったりすることのないようにしなければならない」と示されており、生徒の学力の定着状況を学習の進行具合に即して把握する必要がある。

また、「第４　指導計画の作成等に当たって配慮すべき事項」として、「１　各学校においては、次の事項に配慮しながら、学校の創意工夫を生かし、全体として、調和のとれた具体的な指導計画を作成するものとする。(１)各教科等及び各学年相互間の関連を図り、系統的、発展的な指導ができるようにすること」「２　以上のほか、次の事項に配慮するものとする」「(７) 各教科の指導に当たっては、生徒が学習内容を確実に身に付けることができるよう、学校や生徒の実態に応じ、個別指導やグループ別指導、繰り返し指導、学習内容の習熟の程度に応じた指導、生徒の興味・関心等に応じた課題学習、補充的な学習や発展的な学習などの学習活動を取り入れた指導、教師間の協力的な指導など指導方法や指導体制を工夫改善し、個に応じた指導の充実を図ること」と示されており、学校をあげて組織的・計画的に年間指導計画を作成し、発展的な学習を推進していく必要がある。

４　発展的な学習における評価の基本的な考え方

発展的な学習においては、個性の一層の伸長を図る観点から、生徒のよい点を積極的に評価していくことが重要であり、適切に評価することが大切である。具体的には、生徒一人一人のよい点や可能性、進捗の状況などの評価（個人内評価）を重視し、学習指導の過程において、適宜、評価の結果を生徒に伝えることにより、その後の学習に意欲的に取り組めるようにし、指導要録の「総合所見及び指導上参考となる諸事項」の欄に記入し、その後の指導に生かすことが大切である。

なお、生徒の学習状況の評価については、発展的な学習を行ったかどうかに関わらず、学習指導要領に示す目標及び内容に照らして、その実現状況を評価する「目標に準拠した評価」によって行うものである。したがって、発展的な学習に取り組まなければ高い評定（例えば「４」や「５」）などを付けないということではないことに留意する必要がある。

評価の実施に当たっては、評価の観点や評価規準、生徒の発達段階に応じて、生徒との対話、ノート、ワークシート、学習カード、作品、レポート、ペーパーテスト、質問紙、面接など多様な評価方法の中から、その場面における生徒の学習の状況を的確に評価できる方法を選択していくことが必要である。また、生徒による自己評価や生徒同士の相互評価を工夫することが大切である。

各学校においては、個に応じた指導の充実のため、指導と評価の一体化を進め、指導に生かす評価が可能となるような指導計画を立て、発展的な学習を展開していく必要がある。

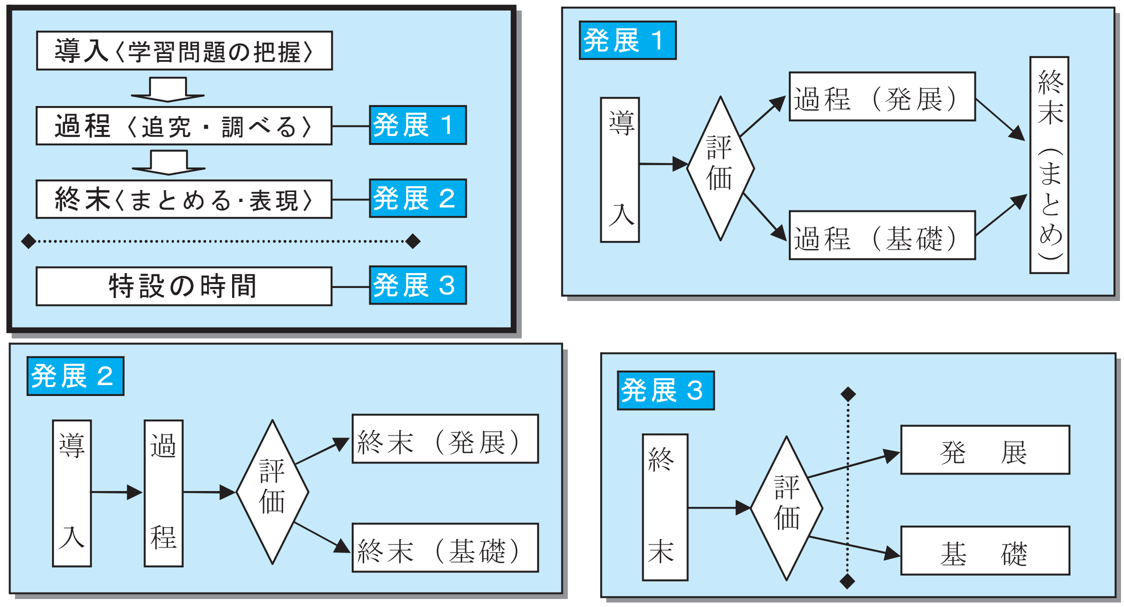
5　本指導資料の活用について

本指導資料における指導方法と教材の活用に当たっては、前記の「1　習熟の程度に応じた学習指導」から「4　発展的な学習における評価の基本的な考え方」を十分に踏まえた上で、国語・社会・数学・理科・外国語（英語）における年間指導計画に、組織的・計画的に発展的な学習を位置付けることが大切である。

また、指導計画を位置付ける際には、育成したい資質・能力を明確にし、教科・単元の特性、生徒の学力の定着状況等の実態を十分把握した上で、「単元の指導計画の過程」・「単元の指導計画の終末」・「特設」等、効果的に位置付ける必要がある。

展開方法については、目標や教材特性及び生徒の実態に応じて、個別指導、グループ別指導、一斉指導など、効果的な方法をとる必要がある。

発展的な学習の展開例



本指導資料の事例は、次のようなフレームによって構成している。

1　事例の概要（○時間扱い）
本事例は、どのような発展的な学習なのかを具体的に記述している。

2　指導計画の位置付け
本事例は、単元のどこに位置付くのかを記述している。
（「1　単元の過程」「2　単元の終末」「3　特設の時間」）

3　目　標
「関心・意欲・態度」、「思考・判断・表現」、「技能」、「知識・理解」の４観点から、本事例で培いたい資質・能力を重点化・焦点化して、記述している。

4　学習活動の展開

○　主な学習活動　・学習内容
「○主な学習活動」「・学習内容」や予想される生徒の反応を記述している。

□　指導上の留意点
指導する上での留意点を、具体的に記述している。

●　資料等
授業で使用するワークシート、資料等を記述している。

◆　評価［方法］
評価内容、評価の観点、評価方法等を記述している。

5　資料等
表、グラフ、読み物、図やワークシート等、授業に活用できるようにしてある。

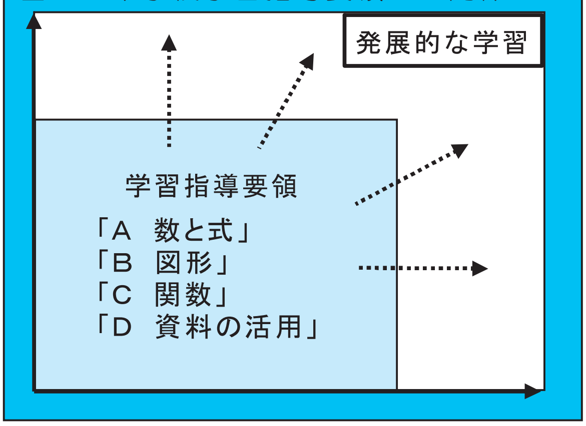
Ⅱ　数学科における発展的な学習の事例

○　数学科における発展的な学習についての基本的な考え方

数学科においては、数学的活動を通して、基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し、表現する能力を高めることを目標としている。

数学科では、「数と式」「図形」「関数」「資料の活用」のすべての領域において、数学的活動を通した発展的な学習に関する指導資料を開発した。

図　中学校学習指導要領との関係



また、中学校数学科における学習内容と発展的な学習との関係については、内容面からは「単元の学習内容を一層深めたり、進めたりする」こと、資質・能力面からは「生徒の思考力・判断力・表現力等の育成」に重点を置いて、指導資料の開発を進めた。

○　数学科において開発した発展的な学習を推進するための指導資料

数学科において開発した発展的な学習を推進するための指導資料は、次の５事例である。

①	カエルの入れ替えをしよう	多項式の計算	〔３年　数と式〕
②	立方体を切断しよう	空間図形	〔１年　図形〕
③	ビリヤードについて考えよう	相似な図形	〔３年　図形〕
④	ピサの斜塔の高さを求めよう	関数 $y=ax^2$	〔３年　関数〕
⑤	ポリオミノの場合の数を求めよう	確率	〔２年　資料の活用〕

１　指導計画の位置付け

数学科において開発した発展的な学習を推進するための教材・指導方法について、指導計画上での位置付けで分類すると、次のようになる。

１　単元の指導計画の過程（途中）に位置付けるもの
　④　ピサの斜塔の高さを求めよう
　⑤　ポリオミノの場合の数を求めよう

２　単元の指導計画の終末に位置付けるもの
　③　ビリヤードについて考えよう

３　指導計画外の特設された時間を活用するもの
　①　カエルの入れ替えをしよう
　②　立方体を切断しよう

2　開発した発展的な学習における事例の概要

①　カエルの入れ替えをしよう　（P．１２）

本事例は、日常生活における事象の中から規則性を見いだし、見いだした規則性を、文字式を用いて表現し、分かりやすく説明できるようにすることをねらいとしている。

本事例は、「カエルの入れ替え」という数学パズルを通して、カエルの数と手数との２つの数量の関係を文字式で表すとともに、２つの数量の間に、なぜそのような関係が成り立つのかを説明する発展的な学習とした。

②　立方体を切断しよう　（P．１８）

本事例は、「立方体は切断する位置によって切断面がそれぞれ異なる」ことを正しく理解し、切断面における辺や面の位置関係について、筋道立てて説明できるようにすることをねらいとしている。

本事例は、中学校では未習の内容である「立体の切断」を通して、辺や面の位置関係に着目させることで、空間図形における直線や平面の位置関係を、説明する発展的な学習とした。

③　ビリヤードについて考えよう　（P．２６）

本事例は、２つの相似な三角形を見いだし、三角形の相似条件を用いて証明できるようにすることをねらいとしている。

本事例は、ビリヤードにおいて球を当てるために、どの点で跳ね返らせればよいのかを考え、球の軌道でできた２つの三角形が相似であることを証明し、跳ね返らせる点が正しいことを説明する発展的な学習とした。

④　ピサの斜塔の高さを求めよう　（P．３４）

本事例は、物体の落下運動における時間と移動距離の関係は２乗に比例する関数で表されるが、ここでは、中学校では未習の内容である「関数 $y=ax^2+b$」について考察できるようにすることをねらいとしている。

本事例は、物体を落下させたときの時間と物体の地面からの距離との関係を表した物体の落下運動に関する表を基に、その式やグラフを考えることで、関数 $y=ax^2$ と関数 $y=ax^2+b$ との関係に気付かせ、関数 $y=ax^2+b$ について理解する発展的な学習とした。

⑤　ポリオミノの場合の数を求めよう　（P．４０）

本事例は、正方形の物体を組み合わせてできるピースの場合の数の求め方を、筋道立てて考え、表現できるようにすることをねらいとしている。

本事例は、いくつかの正方形の物体を組み合わせてできたピースである「ポリオミノ」の場合の数の正しい数え方について、根拠をもって説明する発展的な学習とした。

３　開発したミニ事例集の概要

①　魔方陣の仕組みを考えよう　（P．４８）

本事例は、第２学年「文字を用いた式」の単元において、具体的な事象の中から数量の関係を見いだし、式に表現したり式の意味を読み取ったりする能力を養うとともに、文字を用いた式の四則計算ができるようにすることをねらいとしている。

本事例は、魔方陣を完成させる活動を通して、完成させた魔方陣から法則を見いだし、それを証明する発展的な学習とした。

②　合同な直角三角形を作図しよう　（P．４９）

本事例は、第２学年「三角形の合同」の単元において、図形の合同について理解し、図形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめ、論理的に考察し表現する能力を養うことをねらいとしている。

本事例は、与えられた直角三角形と合同な直角三角形を、直角三角形の合同条件を基に作図する発展的な学習とした。

③　３乗以上の乗法公式について考えよう　（P．５０）

本事例は、第３学年「多項式の計算」の単元において、文字を用いた簡単な多項式について、式の展開や因数分解ができるようにするとともに、目的に応じて式を変形したりその意味を読み取ったりする能力を伸ばすことをねらいとしている。

本事例は、乗法公式 $(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$ を基に、３乗以上の乗法公式を帰納的に考察する発展的な学習とした。

④　様々な平均について考えよう　（P．５１）

本事例は、第３学年「平方根」の単元において、正の数の平方根について理解し、それを用いて表現し考察できるようにすることをねらいとしている。

本事例は、相加平均・相除平均・調和平均が用いられる場面から、相加平均・相除平均・調和平均の求め方を考察する発展的な学習とした。

⑤　正五角形を作図しよう　（P．５２）

本事例は、第３学年「三平方の定理」の単元において、観察、操作や実験などの活動を通して、三平方の定理を見いだし、それを用いて考察できるようにすることをねらいとしている。

本事例は、正五角形における一辺と対角線の長さの比が黄金比の関係になっていることを基に、正五角形を作図する発展的な学習とした。

第３学年　単元「多項式の計算」（数と式）

カエルの入れ替えをしよう

１　事例の概要（１６時間扱い）

(1)　単元について

本事例は、第３学年「多項式の計算」において、単項式と多項式の乗法、多項式を単項式でわる除法及び簡単な一次式の乗法の計算ができるようにする。さらに、公式を用いる簡単な式の展開と因数分解を取り扱い、これによって、目的に応じて式を変形したり、その意味を読み取ったりできるようにすることをねらいとしている。

このことを踏まえ、本事例は、発展的な学習として２つの数量関係から、その規則性を発見させる学習として位置付けた。また、ゲーム性が高く、生徒が興味・関心をもって取り組めるため、数学を用いることのよさを実感的に捉えさせることができる。

(2)　発展的な学習について

本事例は、高等学校「数学Ⅰ（１）数と式　イ 式　（ア）式の展開と因数分解」及び「数学活用（１）数学と人間　イ 遊びの中の数学」との関連を考慮し、式を多角的に見たり目的に応じて式を適切に変形したりすることをねらいとした。

また、数理的なゲームやパズルなどを通して論理的に考えることのよさを理解できるようにした。

２　指導計画の位置付け（　　　は発展的な学習の時間）

(1)	多項式の計算	（６時間）
(2)	因数分解	（６時間）
(3)	式の利用	（２時間）
(4)	章の問題	（１時間）
(5)	課題学習：カエルの入れ替えをしよう	（１時間）

３　目　標

○　カエルの入れ替えゲームを通して、カエルの数と移動回数との関係を見いだすことができる。

○　見いだした関係を、文字式を用いて表現し、正しく説明することができる。

4　学習活動の展開（本時１６／１６）

	○主な学習活動　・学習内容	□指導上の留意点 ●資料等　◆評価［方法］
導入	①課題を把握する。 Ｔ：今日は、これまでの学習を基に、ゲームに挑戦してもらいます。	●ワークシートを配布する。 □実際に模型を使って操作を実演することで、ルール（入れ替わる方法）を理解させる。
	＜カエルの入れ替え＞ 昔々あるところに、黒いカエルと白いカエルがいました。 黒いカエルは、白いカエルの乗っている蓮の葉っぱに乗りたいと思いました。 白いカエルは、黒いカエルの乗っている蓮の葉っぱに乗りたいと思いました。 そこでルールを決め，お互いに入れ替わることにしました。 【ルール１】 ・隣り合っている時は、入れ替わることができます。 さて、カエルは何回で入れ替わることができるでしょうか？ １対１の例 ○｜●	
展開	Ｔ：１対１の場合は１回だね。 ２対２の場合は何回だろう？ ②実際に操作し入れ替わる回数を調べる。 S1：２対２の場合は４回、 ３対３の場合は９回、 ４対４の場合は１６回 で入れ替えができる。 １対１　１ ２対２　４ ３対３　９ ４対４　１６ ５対５　$\boxed{？}$ Ｔ：５対５の場合は何回だろう？ S2：２５回です。 Ｔ：なぜ２５回だと考えたの？ S2：５^2＝２５と、計算でカエルの数の２乗になっていることが求められるからです。 Ｔ：１０対１０の場合は何回になる？ S3：１０^2で１００回です。 ③見いだした関係が成り立つ理由を考え、説明する。 Ｔ：では、これまでに学んだことを使って、なぜ『カエルの数の２乗』になっているのか説明しましょう。 S4：x 対 x の入れ替えの数を文字で表すと x^2 になっている。 Ｔ：なぜ x^2 になるのだろう。カエルの数や移動の方法と関係はないかな？ S5：３対３の場合、１匹のカエルが端に行くまでに３回移動して、それが３匹いるから、 ３×３＝３^2 S6：x 匹のカエルが x 回移動するから、x^2 になる。	●白と黒の碁石（または、２色の画用紙を切ったもの）を４つずつ配布し、実際に操作をさせる。 □少ない数から帰納的に考えられるようにする。 ◆日常生活の中にある事象の中から規則性を見いだす。（数学的な見方や考え方） ［ワークシート］ □説明を聞く時は、自分の考えと比べながら聞くようにさせる。 ◆数量の関係を、文字式を用いて分かりやすく説明する。 （数学的な見方や考え方） ［ワークシート・発言］

④課題を発展させ、規則性を見いだす。
Ｔ：では新ルールの②にも挑戦しよう。

●ワークシートを配布する。
□実際に模型を使って操作を実演することで、ルール（入れ替わる方法）を理解させる。

＜カエルの入れ替え＞

【ルール２】

・空いていれば、蓮の葉っぱの上に１つ進むことができます。
・違う色のカエルは，１匹なら，飛び越えることができます。

では、白黒５対５のカエルは、何回で入れ替わることができるでしょうか。

１対１の例

○		●

Ｔ：１対１の場合は３回だね。
２対２の場合、３対３の場合と操作して、５対５の時は何回で入れ替わることができるだろうか。

S7：２対２の場合は８回、３対３の場合は１５回で入れ替わることができる。
S8：分かった。４対４の場合は２４回、５対５の場合は３５回だ。

□１対１の場合は、次の手順により、３回である。

○		●

⇨

○	●	

⇨

	●	○

⇨

●		○

Ｔ：４対４の場合が 24 回であることを確認しましょう。
S9：確かに４対４の場合は 24 回だ。５対５の場合は 35 回になりそうだ。何でそうなるのだろう？
S10：増え方が＋５、＋７になっているから、次は＋９、＋１１になる。【表１】

S11：横の表にすると、カエルの数と移動回数は「(カエルの数)×(カエルの数＋２)」【表２】

□操作活動、試行錯誤をする時間を確保する。
□４対４までは操作活動で確認する。

【表１】

１対１	３	
		＋５
２対２	８	
		＋７
３対３	１５	
		＋９
４対４	２４	
		＋１１
５対５	$\boxed{?}$	

【表２】

カエルの数	1	2	3	4	5	x
移動回数	3	8	１５	２４	?	$x(x+2)$
	×３	×４	×５	×６	×７	$\times(x+2)$

S12：①のルールの下に②のルールの数を書いていくと「＋(カエルの数)×２」になっている。【表３】

◆カエルの数と移動回数の関係を見いだすことができる。（数学的な見方や考え方）
〔ワークシート・発言〕

【表３】

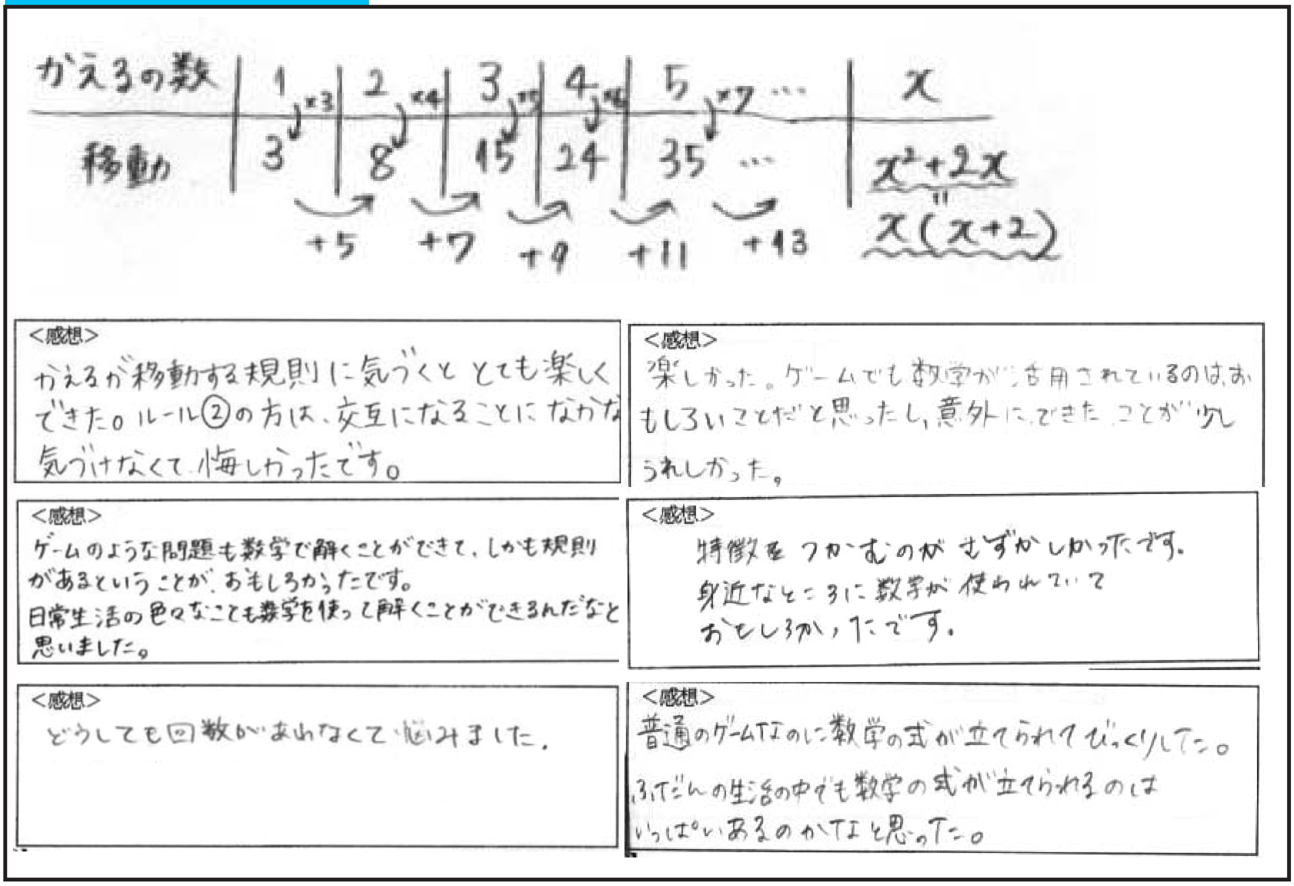
カエルの数	1	2	3	4	5	x
①移動回数	1	4	9	１６	２５	x^2
②移動回数	3	8	１５	２４	?	x^2+2x
	＋２	＋４	＋６	＋８	＋10	$+2x$

S13：図や表で表すと特徴が分かりやすくなるな。表①と表②の２つの式は同じ式になるかな？
S14：カエルの数を x とすると以下のように式を変形することができ、同じ式になる。

□説明を聞く時は、自分の考えと比べながら聞くようにさせる。

	（カエルの数）×（カエルの数＋２） 　＝ x（x＋２） 　＝ x^2＋２x 　＝（カエルの数）^{2}＋　２×（カエルの数）	□生徒の実態に応じて、さらに発展した内容として以下のような発問を行うことが考えられる。 Ｔ：なぜ「x^2＋２x」という式になるのだろう。 Ｓ：入れ替わるために飛び越す回数が、x 匹が x 回なので x^2、間が１つ開いているので前に進む回数が１回ずつ。それぞれ x 匹なので、２x になる。
まとめ	Ｔ:今日はカエルのゲームに取り組んでもらいました。２つのルールでカエルの数と移動回数の関係を考えて、気付いたことや感想をまとめてください。 S15：ゲームなのに、数学の式が立てられて、驚いた。普段の生活の中でも数学の式が立てられるものはたくさんあるのかな。 S16：ルール１は２乗の関係だから分かりやすいけれど、ルール２は複雑な関係になっている。	◆２つの数量の関係を数学的な表現を用いて表している。 （数学的な見方や考え方） ［ワークシート］

●　生徒のワークシートから



かえるの数	1	2	3	4	5	…	x
移動	3	8	15	24	35	…	x²+2x = x(x+2)

×3 ×4 ×5 ×6 ×7

+5 +7 +9 +11 +13

<感想>
かえるが移動する規則に気づくととても楽しくできた。ルール②の方は、交互になることになかなか気づけなくて悔しかったです。

<感想>
楽しかった。ゲームでも数学が活用されているのはおもしろいことだと思ったし、意外にできたことが少しうれしかった。

<感想>
ゲームのような問題も数学で解くことができて、しかも規則があるということがおもしろかったです。日常生活の色々なことでも数学を使って解くことができるんだなと思いました。

<感想>
特徴をつかむのがむずかしかったです。身近なところに数学が使われていておもしろかったです。

<感想>
どうしても回数があわなくて悩みました。

<感想>
普通のゲームなのに数学の式が立てられてびっくりした。ふだんの生活の中でも数学の式が立てられるのはいっぱいあるのかなと思った。

●　指導上の留意点

・入れ替わる方法を実演し、ルールを徹底させる。
・実際の入れ替え時間を掛け過ぎない。（４対４などは、模範だけ示すようにする。）
・規則性を見いださせるときは、表を用いて、変化と対応を考えさせる。

5　参考資料（ワークシート）

◎カエルの入れ替え《課題学習》　3年　組　番 氏名

＜カエルの入れ替え＞

昔々あるところに、黒いカエルと白いカエルがいました。
黒いカエルは、白いカエルの乗っている蓮の葉っぱに乗りたいと思いました。
白いカエルは、黒いカエルの乗っている蓮の葉っぱに乗りたいと思いました。
そこでルールを決め，お互いに入れ替わることにしました。

【ルール１】

・隣り合うカエルは，入れ替わることができます。

さて、白黒５対５のカエルは何回で入れ替わることができるでしょうか？

１対１の例

○	●

【相手に説明できるように考えを記入しましょう。】

＜感想＞

【ルール２】

１対１の例

※生徒に配布する時は【ルール２】は後で提示する。

以下のように記入させる

【ルール２】

空いていれば、蓮の葉っぱの上に１つ進むことができます。
違う色のカエルは、１匹なら飛び越えることができます。
さて，白黒５対５のカエルは何回で入れ替わることができるでしょうか？

１対１の例

○		●

第１学年　単元「空間図形」（図形）

立方体を切断しよう

１　事例の概要（１４時間扱い）

(1)　単元について

本単元は、第１学年「空間図形」において、観察、操作や実験などの活動を通して、空間図形についての理解を深められるようにすることをねらいとしている。

このことを踏まえ、本事例では、発展的な学習として、立体の切断を通して、空間図形における直線や平面の位置関係を筋道立てて説明する活動を位置付けた。

(2)　発展的な学習について

本事例は、立方体の切断を通して、辺や面が平行になることの理由を説明させることで、空間図形についての理解を深められるようにすることをねらいとした。また、第３学年の三平方の定理の学習において、直方体の対角線の長さを求めたり、直方体に含まれる立体の表面積や体積を求めたりすることの素地を養うためのものでもある。

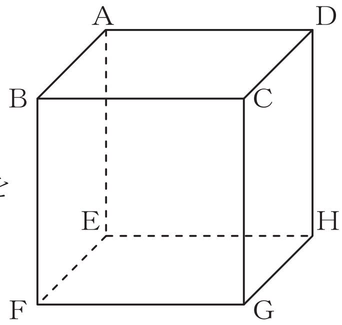
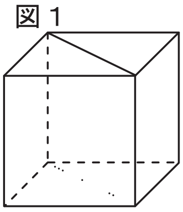
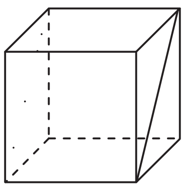
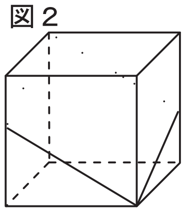
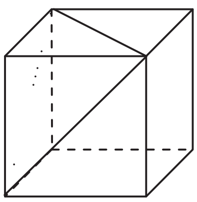
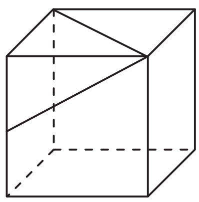
２　指導計画の位置付け（　　　　は発展的な学習の時間）

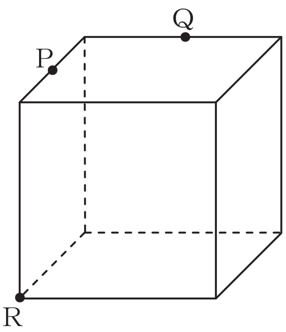
(1)　いろいろな立体　（３時間）
(2)　立体のいろいろな見方　（６時間）
(3)　立体の表面積と体積　（３時間）
(4)　課題学習：立方体を切断しよう　（２時間）

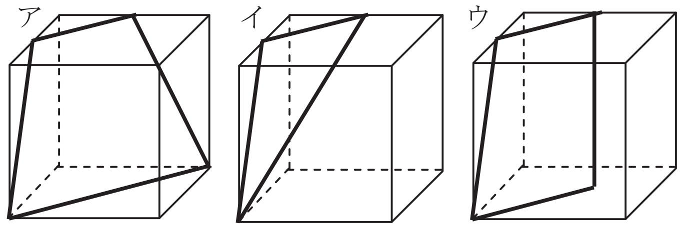
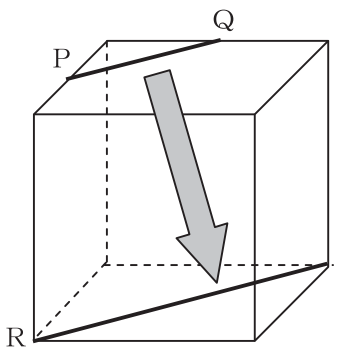
３　目　標

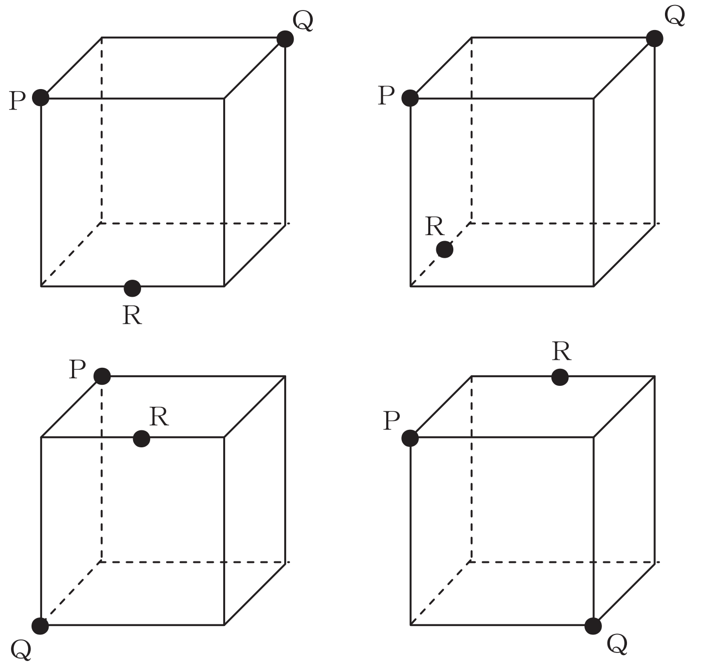
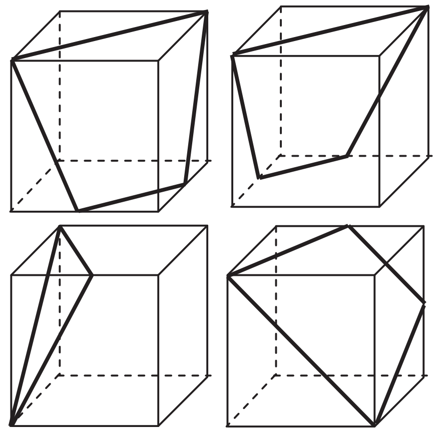
○　立方体を切断したときの面の形を正しく捉えることができる。
○　立方体の切断を通して、切断面における辺と面の位置関係について、根拠をもって説明することができる。

4　学習活動の展開

	○主な学習活動　・学習内容	□指導上の留意点 ●資料等　◆評価［方法］
第十三時（発展　第一時）	①切断された直方体があることを理解する。 T：身の回りには、さまざまな立体がありますね。この写真を見てください。これは何でしょうか。 S1：柱ですか。 T：はい。柱だが、端のほうを見ると、どうなっていますか。 S2：斜めになっている。 T：今日は立体を切断することについて、考えてみましょう。	●柱や梁の写真を提示する。 ●ワークシートを配布する。
	②ここに立方体があります。この立方体の頂点Aを通るように立体を切断したときの面の形はどのようになりますか。立方体の見取図に、面の形がどのようになるかをかきましょう。  ・発砲スチロール製の立方体を見ながら、面の形を考える。 T：それではどのように切ったか発表してもらいます。 S5：私は、上の面の対角線から真下に下ろして、**図１**のように切りました。 S6：私はAからGを通るようにして、**図２**のように切りました。 【予想される生徒の反応】 **図１**   **図２**   	□中点などの特定の条件をあげる生徒に対しては、その条件を明記させる。 ●発砲スチロール製の立方体を一人に１つずつ配布する。 ◆新しい断面図を見付けようと、試行錯誤している。 （数学への関心・意欲・態度） ［観察・ワークシート］ □様々な断面が存在することを確認する。 □発表の場面では、切断面が次の図形になるものを取り上げるようにする。 二等辺三角形、正三角形、台形、平行四辺形、ひし形、長方形、正方形 □五角形や六角形になる切断面を見付けることができた生徒がいた場合はそれも取り上げるが、出なかった場合は、深入りしないようにする。

	③どのように切ったら、正三角形や長方形になるのかを考える。 Ｔ：立方体を切断すると、様々な面の形ができることが分かりました。では、面の形を正三角形や長方形にするためには、立方体をどのように切断すればよいかを考えましょう。 S5：面の形を正三角形にするためには、立方体の３つの頂点を通るように切ればよい。 S6：面の形を正三角形にするためには、点Ａと、点Ａから一番遠くにある頂点以外の２つの頂点を通るように切ればよい。 S7：面の形を正三角形にするためには、点Ａを頂点とする面のうちの２つの面について、それぞれ点Ａから引いた対角線が面の形の辺になるように切ればよい。 S8：面の形を長方形にするためには、立方体の４つの頂点を通るように切ればよい。 S9：面の形を長方形にするためには、平行になっている立方体の２つの面の対角線で切ればよい。 ④自分の「切断の仕方」と発表した友だちの「切断の仕方」を比較する。 Ｔ：自分の「切断の仕方」と発表した「切断の仕方」を比較しましょう。 S10：S7 さんの面の形を正三角形にする方法は、点Ａからスタートして、どこへ向かって切ればよいかが分かるので、よいと思う。 S11：S9 さんの面の形を長方形にする方法は、立方体の一つの面の対角線から、そのまま垂直に切ればよいので、分かりやすい。 Ｔ：さまざまな面が表れましたね。これからは、切った面に表れた図形のことを、「断面図」と呼ぶことにします。	◆断面図が正三角形や長方形になる切断の仕方を正しく説明することができる。 （数学的な見方や考え方） ［ワークシート］ □断面図が正三角形や長方形になる切断の仕方を説明することができた生徒に対しては、正三角形や長方形以外の断面図についても考えるように指示する。 ◆自分の切断の仕方と友だちの切断の仕方を比べ、それぞれの考え方のよさを捉えることができる。（数学的な見方や考え方） ［ワークシート・発言］
第十四時（発展　第二時）	①立方体の３点を通る断面図を考える。 Ｔ：前の時間には、立方体の断面図について考えました。今回は、立方体を切断するときに通る点をあらかじめ決めたときに、どのような断面図になるのかを考えましょう。 Ｔ：右の立方体において、３点Ｐ，Ｑ，Ｒを通る点で切断したとき、断面図はどのような図形になるかを考えましょう。 	□断面図が等脚台形になるように、３点Ｐ，Ｑ，Ｒを定める。

【予想される生徒の反応】 	□【予想される生徒の反応】の中でも、断面図が三角形になると考える生徒が多いことが予想される。 □【予想される生徒の反応】については、生徒から出てこない反応であっても、取り上げる。
T：では、断面図を確認するために、実際に立方体を切断してみましょう。 T：どのような断面図になりましたか。 S12：台形になった。	●立方体と断面図を表すアクリル板を用意し、実際に立方体を切断する様子を見せる。
②断面図が、【予想される生徒の反応】ア、イ、ウのうち、イとウにはならない理由を考える。 T：そうですね。では、なぜ台形になって、イとウのようにはならなかったのかを考えましょう。 S13：イとウは、断面図としては不十分である。この断面図では、立方体を２つに切ることはできないから。 S14：断面図の辺が、立方体の内側にあるのはおかしい。立方体の辺は、立方体の面に沿っているはずだから。	◆イとウが正しくない理由を説明することができる。 （数学的な見方や考え方） ［ワークシート・発言］
③断面図が台形になることを説明する。 T：断面図は台形になりました。なぜ台形になるのかを考えましょう。 S15：台形ということは、向かい合っている辺同士は平行になっている。 S16：なぜ平行になるのかな。 S17：立方体の向かい合う面は平行だからだと思う。 S18：ねじれの位置にはならないのかな。 S19：下の図のように、線分ＰＱから下へ切断することを考えると、線分ＰＱは回転しないので、上下の線分は平行になる。 S20：断面図が四角形のときは、必ず台形になるということだ。 	□切断した立方体は見える位置に置いておき、立方体を見て考えてもよいことを伝える。 □言葉だけでなく、図をかいてもよいことを指示する。 ◆言葉や図を用いて、その理由を表現しようとしている。 （数学への関心・意欲・態度） ［ワークシート・発言］
④断面図が台形になるのは、２点が同じ面の辺上の点であり、もう１点がその面と向かい合う面の辺上（２つの頂点は除く）にあるときであることを確認する。 T：断面図が台形になるのは、線分ＰＱを含む面と平行な面の辺上に点Ｒがあるときですね。	□このことは難しいので、図とともに確認させているが、生徒の実態に応じて、生徒に気付かせるようにすると、さらによい。

	⑤立方体の断面図についての理解を深めるために、適用問題に取り組む。 Ｔ：次の図について、３点Ｐ，Ｑ，Ｒを通る断面図を考えましょう。  	◆立方体の断面図を正しく表すことができる。 （数学的な技能）［ワークシート］ □解答は、次のとおりである。特に左下の断面図は四角形ではないことを意識させることが大切である。  □生徒の実態に応じて、断面図が五角形や六角形の場合についても取り上げてもよい。

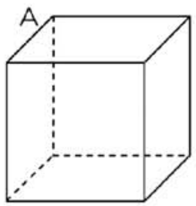
●　指導のポイント

最初は実際に切断するが、実際に立体を切断しなくても断面図を考えられるようにすることが、本事例のねらいである。切断して特徴をまとめることで、学習を終えるのでなく、生徒自身が根拠をもって断面図を考えることが大切である。

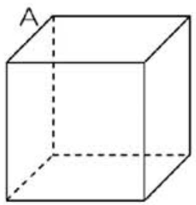
5　ワークシート

立方体を切断してみよう①

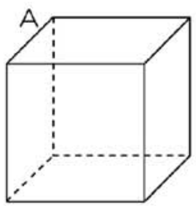
Q．ここに立方体があります。この立方体の頂点Ａを通るように立体を切断したときの面の形はどのようになりますか。
いろいろと考えてみましょう。



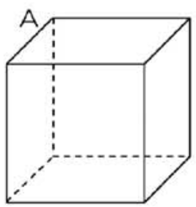
図形名：



図形名：



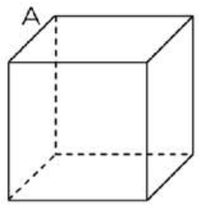
図形名：



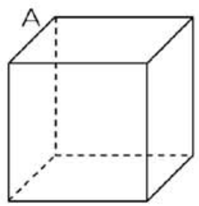
図形名：

１年　　組　名前

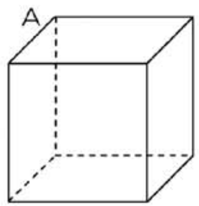
Q．立方体を切断すると、断面はどのような図形ができるか考えてみよう。



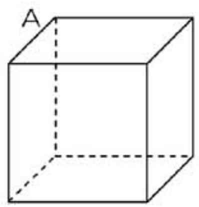
図形名：



図形名：



図形名：

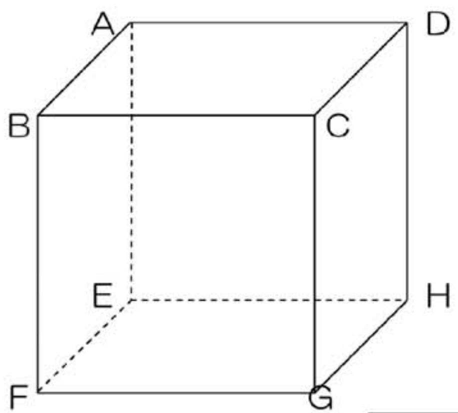


図形名：

立方体を切断してみよう②

1年　　組 名前

Q１.３点P,Q,Rで立方体を切断したとき、その断面はどのような図形になりますか？また、その図形になった理由を考えてみよう。



P,Q,Rの条件

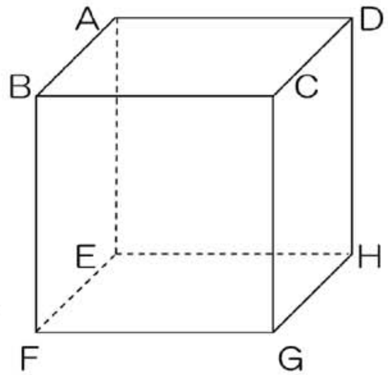
予想される断面図

図形名：

＜理由＞

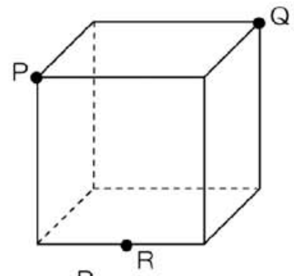
Q２.　　　　　　　　　　になるのか考えてみよう。

＜自分の考え＞

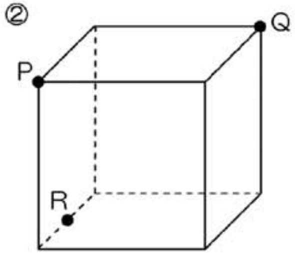


練習：３点P,Q,Rで立方体を切断したとき、その断面はどのような図形になりますか？

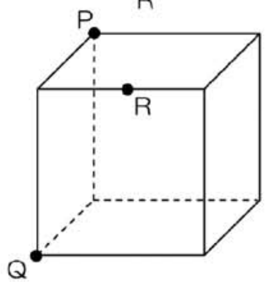
①



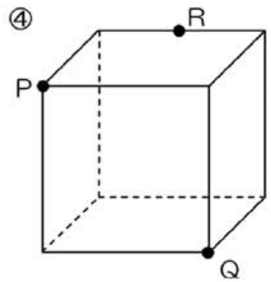
②



③



④



第３学年　「相似な図形」（図形）

ビリヤードについて考えよう

１　事例の概要（１６時間扱い）

(1)　単元について

本単元は、第３学年「相似な図形」において、相似な図形の意味や三角形の相似条件を用いて、三角形が相似であることを証明できるようにすることをねらいとしている。

このことを踏まえて、本事例は、発展的な学習として相似な図形の性質や計量について理解し、三平方の定理などで観察、操作や実験などを通してその関係を見いだし、ビリヤードにおける玉の動きを証明する活動を位置付けた。

また、帰納的に考えたり、演繹的に考えたりすることの必要性及び方法についての理解を深め、図形に対する直観力や洞察力とともに、論理的に考察し、表現する能力を伸ばし、見いだした性質や定理を具体的な場面で活用できるようにする。

(2)　発展的な学習について

本事例は三角形に関する基本的な性質について、それらが成り立つことを証明するとともに、基本的な図形の性質などを様々な図形の作図に活用できるようにすることをねらいとした。

２　指導計画の位置付け（　　　　は発展的な学習の時間）

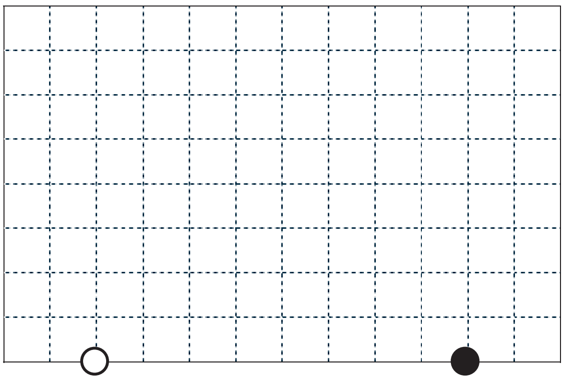
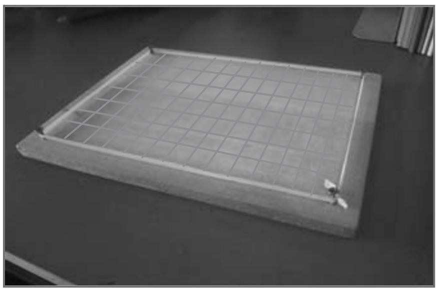
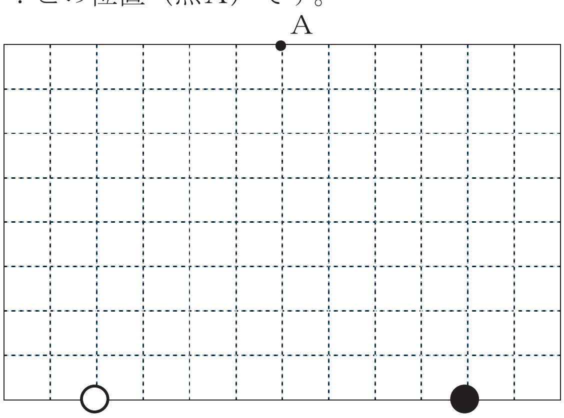
(1)　相似な図形　（８時間）
(2)　相似の応用　（６時間）
(3)　章の問題　（１時間）
(4)　ビリヤードについて考えよう　（１時間）

３　目　標

○　ビリヤードにおける玉の動きを考えることを通して、相似な図形を見付け、それらが相似であることを証明することができる。

○　ビリヤードにおける玉の動きを考えることを通して、対称な図形・作図・平行線や角の性質・比・相似な図形・合同な図形などの既習の内容を活用して、数学的に表現することができる。

4　学習活動の展開

	○主な学習活動　・学習内容	□指導上の留意点 ●資料等　◆評価［方法］
導入	①ビリヤードにおける玉の跳ね返り方について確認する。 T：今日は、ビリヤードを使った問題に挑戦しましょう。 S：ビリヤードをしたことがある。 S：したことも見たこともない。 T：実際のビリヤード台は大変大きいので、ビリヤードに似た道具をもってきました。 T：では、次の位置に白い球と黒い球があるとき、白い球を黒い球に当てるためには、白い球をどのようにすればよいですか。  S：白い球を右側に動かして、黒い球に当てる。 S：白い球を上の壁に当てて、跳ね返りを利用して黒い球に当てる。 T：直接当てる方法と、壁の跳ね返りを利用する方法があるようですね。では、壁の跳ね返りを利用する場合は、どの位置で跳ね返らせればよいかを考えていきましょう。	□ビリヤードの台・球・キューの写真を提示してもよい。 ●下の写真の教材を提示する。縦が８マス、横が１２マスになるようにつくったものである。 
展開	②どの位置で跳ね返らせればよいかを考える。 壁の跳ね返りを利用して、白い球を黒い球に当てる方法を考えましょう。 T：どの位置で跳ね返らせればよいですか。 S：この位置（点A）です。 	□「W型」などのように、複数回、壁に跳ね返らせて黒い球に当てる方法を考える生徒の反応も予想されるが、その考え方も認める。

Ｔ：では、なぜ点Ａで跳ね返らせればよいのかを考えましょう。

Ｓ：壁に球が当たる角度と、壁から跳ね返る角度は同じですか。

Ｔ：そうですね。その２つの角度は同じです。

Ｓ：光の入射角と反射角の関係に似ている。

Ｔ：では、これを基に考えてみましょう。

S1：白い球の位置をW、黒い球の位置をＢとします。

右の図で、△ＡＣＷと△ＡＤＢにおいて

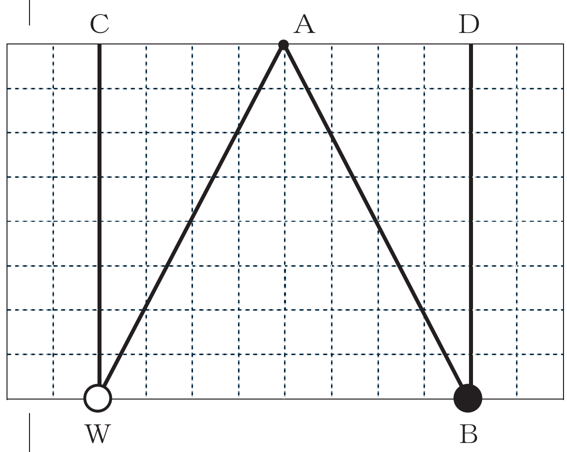
∠ＡＣW＝∠ＡＤＢ＝９０°

ＣW＝ＤＢ

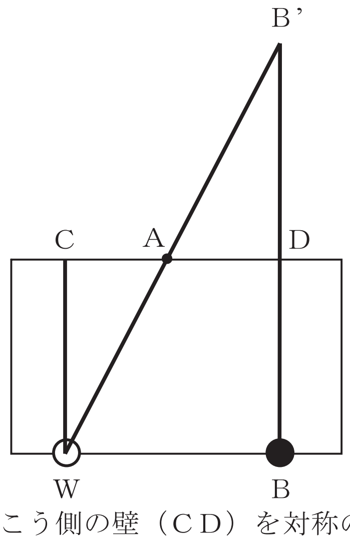
∠ＣＡW＝∠ＤＡＢ

よって、斜辺と一つの鋭角がそれぞれ等しいので、△ＡＣW≡△ＡＤＢであることから、ＡＣ＝ＡＤ

つまり、ＣＤの中点で壁に跳ね返らせればよい。



S2：１年のときに、このような問題を解いたことがある。だからこの問題も同じように考えるとよいと思う。



向こう側の壁（ＣＤ）を対称の軸として、点Ｂと対称の位置にある点をＢ'とする。

上の図で、△ＡＣWと△ＡＤＢ'において

∠ＡＣW＝∠ＡＤＢ'＝９０°

ＣW＝ＤＢ'

∠ＣＡW＝∠ＤＡＢ'

よって、斜辺と一つの鋭角がそれぞれ等しいので、△ＡＣW≡△ＡＤＢ'であることから、ＡＣ＝ＡＤ

つまり、ＣＤの中点で壁に跳ね返らせればよい。

□以下のような問題のことである。

点Ａから直線 m 上の点を通って、点Ｂへ行くときの最短ルートを答えなさい。

◆球を跳ね返らせる点を、直角三角形の合同条件を用いて証明することができる。

（数学的な見方や考え方）

［ワークシート］

Ｓ：あれ、S1 さんと S2 さんの説明は、直角三角形の合同条件のところが同じだ。

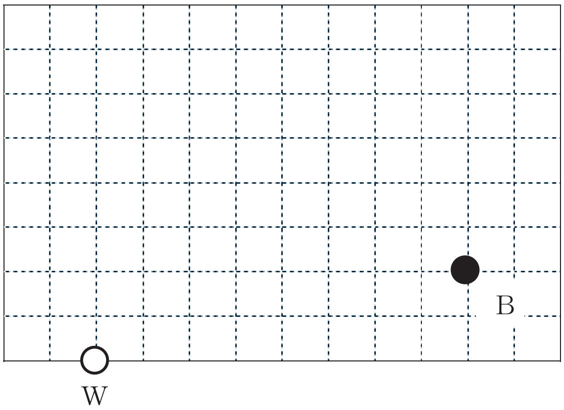
Ｓ：S1 さんの証明は、合同な三角形を見付ければよいから分かりやすい。

Ｓ：S2 さんの証明は、台の上にない点を考えていて、私は気付かなかった。すばらしい発想だと思う。

Ｔ：そうですね。気付きやすいのは S1 さんの証明だと思いますが、どちらでも同じように証明できますね。

③三角形の相似条件を用いて、球を跳ね返らせる点を求める。

Ｔ：では、次は黒い球の位置を変えてみます。この場合はどうなるでしょうか。



◆三角形の相似条件を活用して考える。

（数学的な見方や考え方）

［ワークシート］

□今回は壁に跳ね返らせる点が格子点ではないが、生徒の実態に応じて、格子点になるように黒い球の位置を変更してもよい。

□コンパスと定規による作図で点Ａを求めさせてもよい。

S3：先程の S1 さんの方法と同じように行ってみよう。

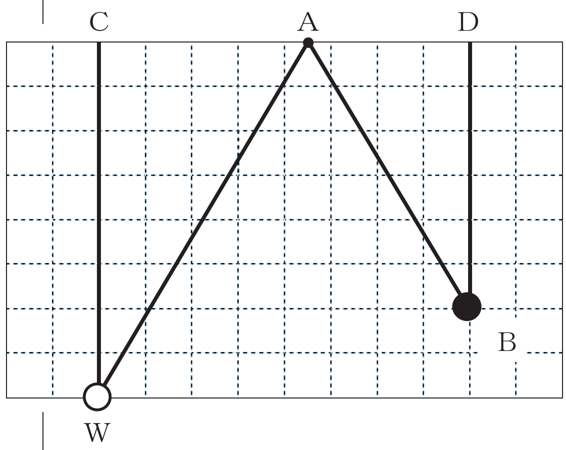
右の図で、△ＡＣＷと△ＡＤＢにおいて

∠ＡＣＷ＝∠ＡＤＢ＝９０°

∠ＣＡＷ＝∠ＤＡＢ

よって、２組の角がそれぞれ等しいので、△ＡＣＷ∽△ＡＤＢであることから、ＣＷ：ＤＢ＝ＡＣ：ＡＤ

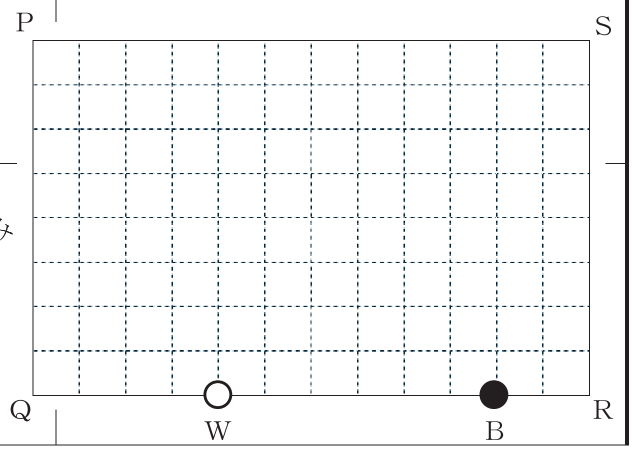
ＣＷ：ＤＢ＝８：６＝４：３だから、ＣＤを４：３に分ける点で壁に跳ね返らせればよい。



S4：先程の S2 さんの方法と同じように考えると、点Ｂの対称の位置にある点をＢ’とする。（以下は、S3 と同様）

④２つの壁に跳ね返らせる点を求める。

Ｔ：それでは、今度は右の問題に挑戦してみう。



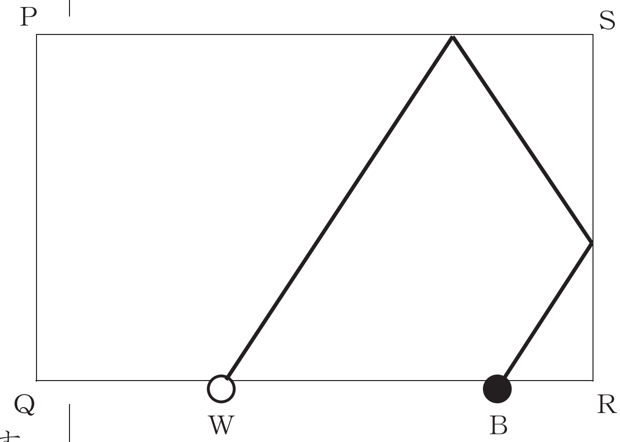
Ｓ：この問題は、最初にやった問題とほとんど同じではありませんか。

Ｔ：このままだとそうですね。しかし今回は、ＰＳとＳＲの２つの壁に跳ね返らせて、黒い球に当てる方法を考えてみてください。

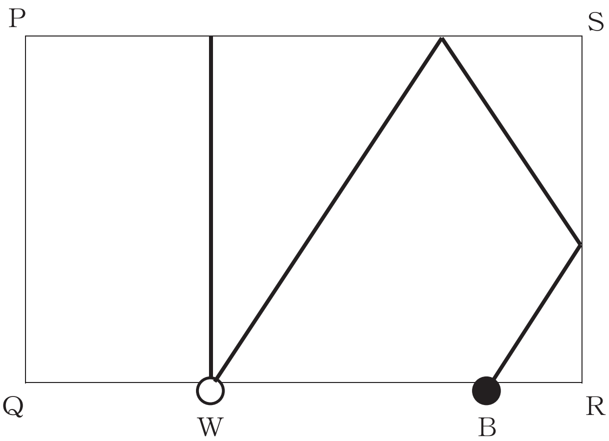
Ｓ：このような感じになると思う。

Ｓ：でも２つの点はどのあたりだろうか。

□S5 のように相似な三角形を見付けたり、S6 のように線分を対称移動する考え方に気付かせたりすることを重視する。



S5：こうすれば相似な三角形が３つあります。



S6：ということは、右下のようにすれば、壁に跳ね返らせる点が見付けられるね。

◆球を跳ね返らせる点を考える際に、相似な三角形を見付けたり、線分を対称移動したりして考えることができる。

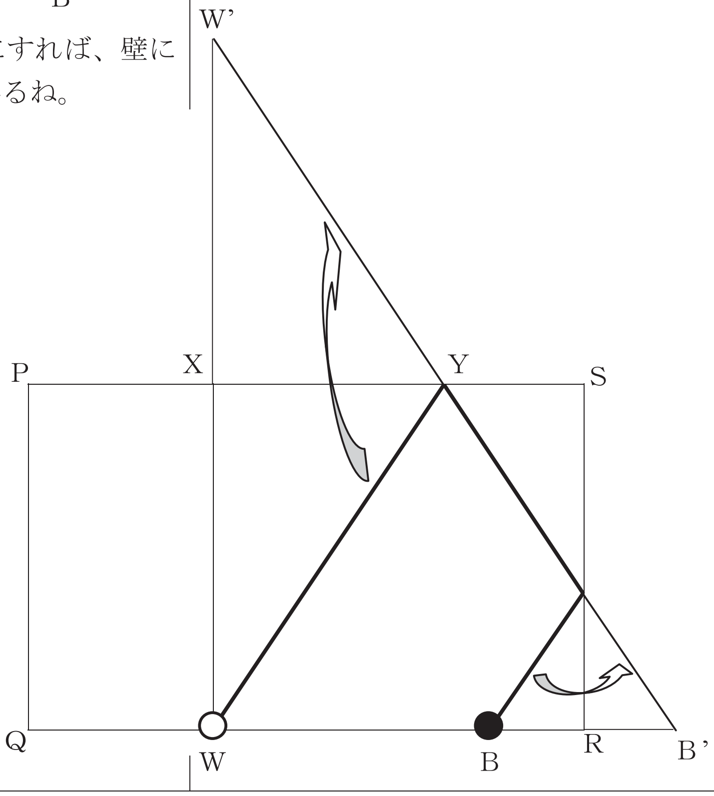
（数学的な見方や考え方）

［ワークシート］

Ｓ：ＷＸ＝８，ＷＷ’＝１６，ＷＢ’＝１０だから、これでＸＹ＝x として、x を求めればいいね。

Ｓ：△Ｗ’ＷＢ’∽△Ｗ’ＸＹで、相似比は２：１だから、x＝５と簡単に求められる。

Ｓ：もう一つの壁に跳ね返らせる点は、先程の問題と同じように考えればいいね。

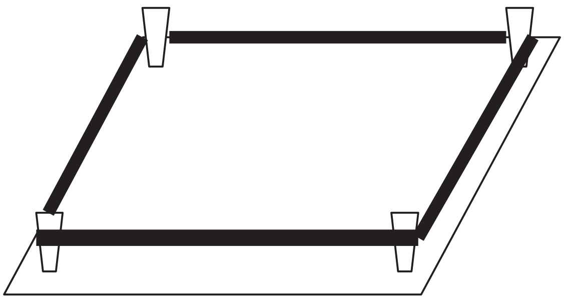


まとめ	T：それでは、今日分かったことを、まとめてください。 S：三角形の相似を活用することで、ビリヤードの球の軌道を考えられることが分かった。 S：図形の対称移動を使った考え方は、少し難しいけれど、使いこなすことができれば便利だと知った。同じような場面があったら、進んで使ってみたい。	□机間指導を行い、三角形の相似や図形の対称移動のよさに気付いているかを確認する。

5　参考資料（教具の説明）

本時では教具を使わずに考えたが、実際に教具を用いて考察した結果を確かめたり、実験を行うことで、結果の見通しをもたせたりすることが考えられる。そこで、教具の作成方法を説明する。

・　長方形に格子をかいておく。
・　長方形の板の四隅にネジを４つとめる。
・　４つのネジに、ゴムを緩まないように取り付ける。
・　弾く玉は、コインのように対面積の大きい円柱状のものを用意する。
（リバーシに用いられるプラスチック製の石が適当である。）
・　板の表面は、きめが細かい方がよい。また、板の表面にロウをぬる（あるいはロウソクを擦り付ける）と、より滑りがよくなる。



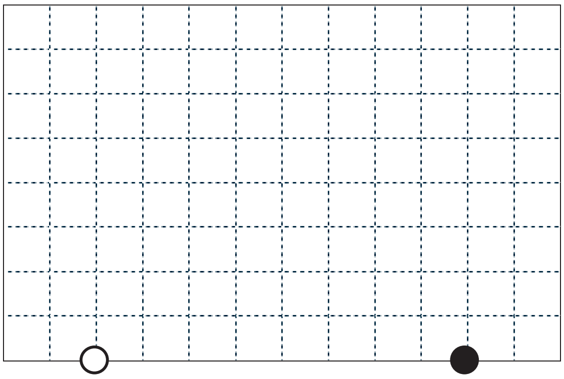
6　ワークシート

ビリヤードについて考えよう

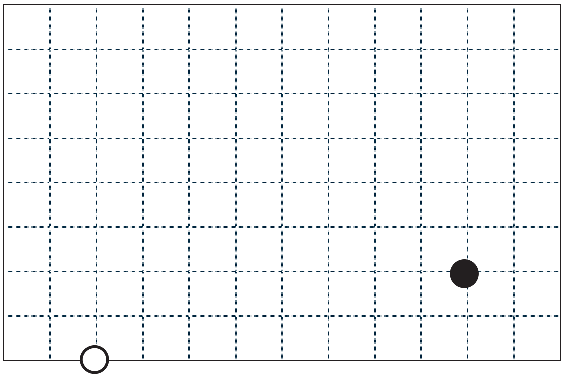
3年　　組　氏名

※ 白い球を黒い球に当てるためには、白い球をどのようにすればよいですか。

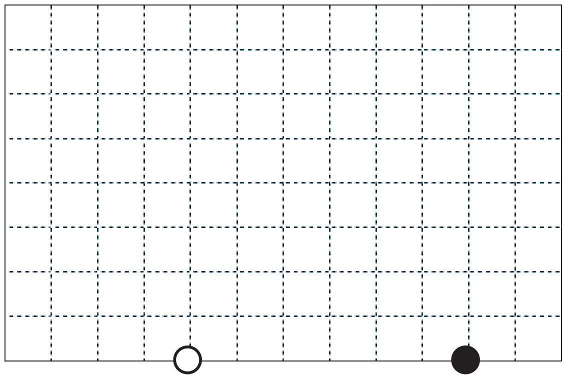
（私の考え方）



（私の考え方）



（私の考え方）



【今日のまとめ】

第３学年　単元「関数 $y=ax^2$」（関数）

ピサの斜塔の高さを求めよう

１　事例の概要（１５時間扱い）

(1)　単元について

本単元は、第３学年「関数 $y=ax^2$」において、具体的な事象の中から２つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、二乗に比例する関数（関数「$y=ax^2$」）について理解できるようにすることをねらいとしている。

日常生活の事象の中には、中学校で学習する「比例」「反比例」「一次関数」「二乗に比例する関数」以外にも、多くの関数関係が存在するが、これまでに学習した関数を基に、新しい関数について学習できるようにすることが大切である。

このことを踏まえ、本事例は、発展的な学習として、関数「$y=ax^2$」の性質やグラフの形状を基に、新しい関数である「$y=ax^2+b$」の性質やグラフの形状について考える活動を位置付けた。

(2)　発展的な学習について

本事例は、関数 $y=ax^2$ と関数 $y=ax^2+b$ の２つのグラフから２つの関数の関係を正しく捉えさせることをねらいとした。

また、数学に関連のある学者（本事例では、ガリレオ・ガリレイ）を取り上げることで、数学史に関する興味・関心を高めさせるようにした。

２　指導計画の位置付け（　　　　は発展的な学習の時間）

(1)　関数とグラフ　（７時間）
(2)　関数の値の変化　（３時間）
(3)　関数の利用　（２時間）
(4)　いろいろな関数
　・階段関数などの不連続な関数　（２時間）
　・ピサの斜塔の高さを求めよう（関数 $y=ax^2+b$）　（１時間）

３　目　標

○　$y=ax^2+b$ の関係にある２つの数量 x ，y について、式やグラフで表すことができる。

○　関数 $y=ax^2$ と関数 $y=ax^2+b$ の２つのグラフから、２つの関数の関係を正しく捉えることができる。

4　学習活動の展開

<table>
<tr><th></th><th>○主な学習活動　・学習内容</th><th>□指導上の留意点
●資料等　◆評価［方法］</th></tr>
<tr><td>導入</td><td>①物体が落下するときの時間と落下する距離について復習する。
T：以前、物体の落下運動について学習しましたね。
S：徐々に落下するスピードは速くなる。
S：１秒で５m落下する。
T：そうですね。では、物体が落下する時間と距離の関係を説明してください。
S：落下する距離は、時間の２乗に比例します。
S：落下する時間を x 秒、落下する距離を ymとすると、$y=5x^2$ という関係があった。
T：そうでしたね。それでは、今日は物体の落下運動を通して、新しい関数について学習しましょう。</td><td>□実際には、空気抵抗等を考慮しない場合でも、最初の１秒間で落下する距離は約4.9mとやや短いが、ここでは５mとして考えさせる。</td></tr>
<tr><td>展開</td><td>②落下する時間と物体の地上からの距離についての関係を考える。
T：イタリアに「ピサの斜塔」という塔があるのを知っていますか。
S：斜めに傾いている塔ですね。
T：そうですね。ここで「ガリレオ・ガリレイ」という物理学者が、先ほど取り上げた落下に関する実験したという説もあります。
T：ところで、ピサの斜塔の高さは何mあるか知っていますか。
S：１００mくらいかな。
S：東京タワーや東京スカイツリーよりも高いですか。
T：さあ、どうでしょうか。では、手掛かりとして、ガリレオ・ガリレイのように、ピサの斜塔の一番高いところから、物体を落下させたときのデータを示します。</td><td>●ワークシートを配布する。
●ピサの斜塔の写真を提示する。
□数学者や物理学者を取り上げ、数学史について、生徒に興味・関心をもたせるようにする。生徒の実態に応じて、様々な科学読み物を紹介してもよい。
●下の表を提示する。</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">ピサの斜塔の一番高いところから物体を落下させたときの時間と物体の地面からの距離との関係
<table>
<tr><td>落下させてからの時間　（秒）</td><td>０</td><td>１</td><td>２</td><td>３</td><td>…</td></tr>
<tr><td>地面からの距離　（m）</td><td></td><td>５０</td><td>３５</td><td>１０</td><td>…</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td></td><td>T：では、分かったことをまとめてください。
S：１秒から２秒の間に１５m落下していて、２秒から３秒の間には２５m落下している。</td><td>◆分かったことを、根拠をもってまとめることができる。
（数学的な見方や考え方）
［ワークシート］</td></tr>
</table>

Ｓ：４秒のときには、もう地面に着いていると考えられる。 Ｓ：１秒から２秒の間に１５ｍ落下していて、２秒から３秒の間には２５ｍ落下しているから、０秒から１秒の間には５ｍ落下していると思う。だとすると、５５ｍの高さのところから物体を落下させた。 Ｓ：さっき、１秒で５ｍ落下することは確認したから、落下させてから１秒後に地面からの距離が５０ｍだったら、５０＋５から５５ｍと求められる。 Ｔ：それでは、この表に次のように書き加えましょう。	

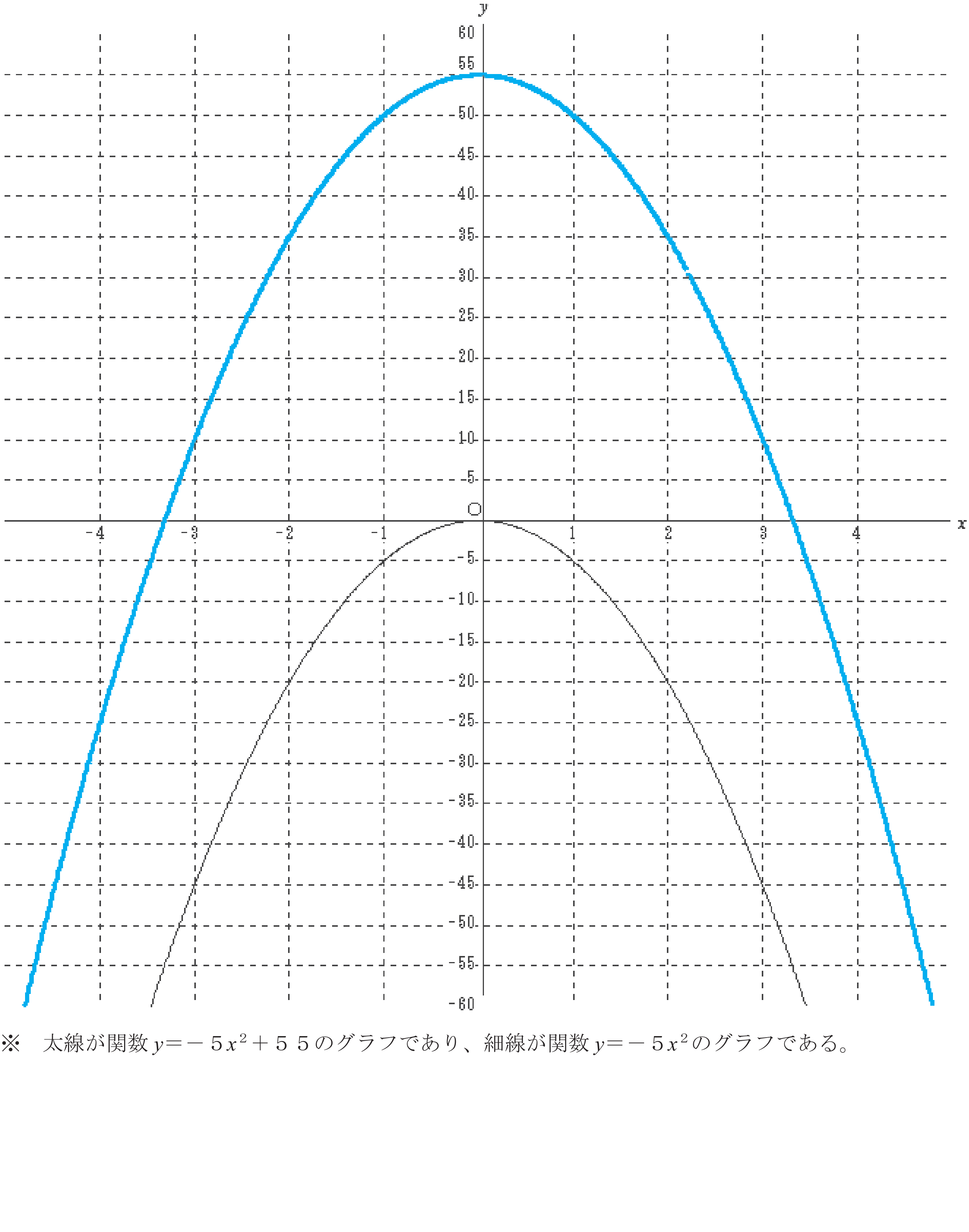
ピサの斜塔の一番高いところから物体を落下させたときの時間と物体の地面からの距離との関係

落下させてからの時間　（秒）	０	１	２	３	…
地面からの距離　（ｍ）	５５	５０	３５	１０	…

Ｔ：ここでは、物体を落下させたときの時間と物体の地面からの距離との関係を、表に表しています。他の表し方はありますか。 Ｓ：物体を落下させたときの時間を x 秒、物体の地面からの距離を yｍとして、y を x の式で表す。 Ｓ：座標平面上にグラフで表すこともできると思う。 Ｔ：それでは、式やグラフで表しましょう。	□２つの数量関係について、表・式・グラフを相互に関連付けることの大切さに気付かせる。
Ｓ：x＝０のときは y＝５５ x が０から１まで１増えると y は５減る。 x が１から２まで１増えると y は15減る。 同じずつ減っていないから、一次関数ではないな。	◆２つの数量の関係を表やグラフで表すことができる。　（数学的な技能） ［ワークシート］
Ｓ：物体が落下する時間を x 秒、物体が落下する距離を yｍとしたときは、$y=5x^2$ だった。（地面からの距離）＝５５－（落下する距離）だから、今回の場合は、y は５５－５x^2（＝－５x^2＋５５）になると考えられる。 Ｓ：グラフに表すために、表にある数の組を座標で表し、それらを座標平面上にとった。	□$y=-5x^2+55$ は未習の関数であるが、物体が落下する距離を y としたときは $y=5x^2$ になることから、正しく式で表すこともできると予想される。
Ｓ：座標を座標平面上にとったけれど、さらに細かく調べるために、$y=55-5x^2$ に x＝0.1，0.2，… を代入した。	□計算が複雑なので、電卓を用いてもよいことを伝える。

	③$y=ax^2$と $y=ax^2+b$ のグラフの関係を理解する。 Ｔ：ところで、「$y=-5x^2+55$」という式はこれまでに学習したことのある関数の式ですか。 Ｓ：$y=-5x^2$の形があるから、関数 $y=ax^2$の仲間だと思う。 Ｓ：「＋５５」が付いているから、関数 $y=ax^2$とは別の関数だと思う。 Ｓ：「$y=ax$」は比例で、「$y=ax+b$」は一次関数と違う関数だった。だから、「$y=ax^2$」と「$y=ax^2+b$」も別の関数だと思う。 Ｔ：では、グラフから分かることを考えてみましょう。 Ｓ：放物線になっている。 Ｓ：放物線だけど、頂点が原点ではない。 Ｓ：$y=-5x^2$のグラフと同様に、このグラフも y 軸について対称である。 Ｓ：頂点の座標が（０，５５）になっている。この５５は、「$y=-5x^2+55$」の「＋５５」のことではないかな。 Ｓ：このグラフは、「$y=-5x^2$」のグラフを、上へ５５平行移動したグラフだ。	□$y=55-5x^2$と式で表していた生徒がいた場合には、$y=55-5x^2$は、$y=-5x^2+55$と表すことができることを確認し、このように表すことで、$y=ax^2+b$（$a=-5$，$b=55$）の形にすることができることに気付かせる。 ◆「$y=-5x^2+55$」の式とグラフの関係を正しく捉えることができる。 （数学的な見方や考え方） ［ワークシート］
まとめ	Ｔ：それでは、今日分かったことを、まとめてください。 Ｓ：今までに習ったことのない関数でも、表を基にしてグラフをかくことができることが分かった。 Ｓ：これを使えば、ピサの斜塔だけでなく、いろいろなものの高さを求めることができるかな。	

５　参考資料（関数 $y=-5x^2+55$ のグラフ）



※　太線が関数 $y=-5x^2+55$ のグラフであり、細線が関数 $y=-5x^2$ のグラフである。

6　ワークシート

ピサの斜塔の高さを求めよう

3年　　組　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

ピサの斜塔の一番高いところから物体を落下させたときの時間と

（　　　　　　　　　　　　　　）との関係

（秒）				
（m）				

1　分かったことをまとめてみよう。

2　関数の関係を、他の表し方で表すとどのようになりますか。

【グラフをかくための方眼紙は、別途用意する。】

3　この関数は、これまでに学習したことのある関数ですか。

【今日のまとめ】

第２学年　単元「確率」（資料の活用）

ポリオミノの場合の数を考えよう

１　事例の概要（１２時間扱い）

(1)　単元について

本単元は、第２学年「確率」において、これまで確定した事象を表すのに用いられてきた数が、さいころの目の出方など不確定な事象の起こりやすさの程度を表すためにも用いられることを知り、確率を用いて不確定な事象を捉え、説明できるようにすることをねらいとしている。

このことを踏まえ、本事例では、発展的な学習として、具体的な事柄について起こり得る場合を順序よく整理して調べる活動を位置付けた。

(2)　発展的な学習について

本事例は、樹形図などを用いて順序よく整理して調べる方法に気付かせる学習を発展的な学習として取り入れることで、高等学校の学習への素地を養えるようにする。

２　指導計画の位置付け（　　　　は発展的な学習の時間）

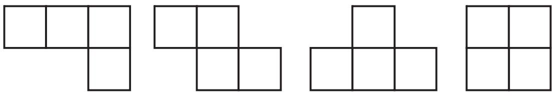
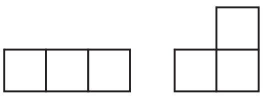
(1)	確率の考え	（２時間）
(2)	確率の求め方	（４時間）
(3)	いろいろな確率	（３時間）
(4)	数え上げ方の工夫（ポリオミノの場合の数を考えよう）	（２時間）
(5)	章末問題	（１時間）

３　目　標

○　正方形の物体を組み合わせてできるピースの「場合の数」の求め方を、論理的に考察し、表現することができる。

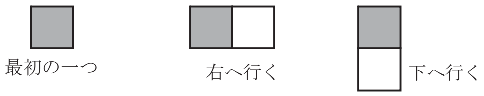
○　正方形の物体を組み合わせてできるピースの「場合の数」を求めることができる。

4　学習活動の展開

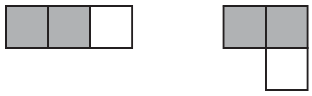
	〇主な学習活動　・学習内容	□指導上の留意点 ●資料等　◆評価［方法］
第十時（発展　第一時）	①テトリスのピースの「場合の数」を求める。 T：「テトリス」というテレビゲームを行ったことはありますか。 S：行ったことがある。 S：名前は聞いたことがあるけれど、行ったことはない。 T：行ったことのない人もいるようなので、テトリスについて簡単に説明します。 テトリスとは、４つの正方形の物体を組み合わせてできたピースが上から落ちてくるので、それを左右へ移動させたり回転させたりしながら、横一列に正方形を並べて、消していくゲームです。 T：４つの正方形の物体を組み合わせてできたピースの例として、右のような形があります。  この他には、どのようなピースが考えられますか。 S：〈以下の４種類のピースを発見することが予想される。〉  T：今日はいくつかの正方形を組み合わせて何種類のピースができるかを考えましょう。	●テトリスのゲーム画面を提示する。 ●テトリスのゲームにおける４つの正方形の物体を組み合わせてできたピース（テトリスでは「テトリミノ」という。）を提示する。 □本来のテトリスのゲームでは、ピースは、平行移動と回転移動しかできないため、左側の２種類のピースについてはそれぞれ２通りの場合がある。したがって、「例以外に２通りある」と考えた生徒の考えも許容する。
	②ポリオミノの「場合の数」の求め方を考える。 T：正方形１個では、ピースは１通りしかできませんね。正方形が２個の場合は、ピースは何通りできるでしょうか。 S：１通りしかできない。 T：では、正方形が３個の場合はどうでしょうか。 S：２通りしかない。  T：そうですね。では、２通りしかないことは、どのようにして説明できますか。 S：だって、これしか考えられないから。 S：２通りしかないことを、どうやって説明すればよいだろうか。 T：これまで何通りかを求めるときには、どのようにして求めていましたか。 S：樹形図を使って数え上げた。	●厚紙で作った合同な正方形２枚を黒板に掲示し、それらを組み合わせてピースを作る様子を確認する。

S：でも、今回の問題で樹形図を使うことはできるのかな。

S：最初の一つを仮にスタートの「ⓢ」として、ⓢから右へ行くか下へ行くかのように考えるとよい。

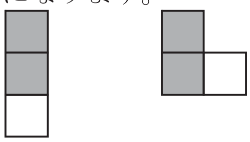


S：右へ行くことを基準にすると、最後の一つは、その右へ行くか下へ行くかの２通りある。



T：では、ⓢから下へ行った後はどうなりますか。

S：下の２通りになります。



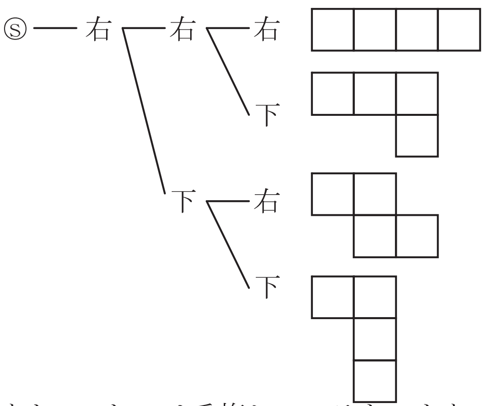
S：あれ、これはⓢから右へ行くときにできた２通りと同じだよ。

T：そうですね。ということで、全部で２通りになるわけですね。

S：ということは、ⓢから下へ行くことは考えずに、右へ行くことだけ考えればいいんだ。

T：では、先ほどの４個の正方形を組み合わせたピースは５通りできることを説明してみましょう。各自で取り組んでください。

【予想される生徒の反応】

S：

あれ、これでは重複しているものもあって、全部で３通りしかできない。

S：ということは、樹形図を作って考えることは難しいということかな。

S：樹形図に変わる別の数え方がないかな。

S1：私は、横に並んでいる正方形の数を決めてから何通りかを数えることにしました。

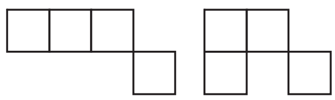
●スタートの「ⓢ」になる正方形を、他の正方形と別の色にしておく。

◆４個の正方形を組み合わせてできるピースの「場合の数」の求め方を考えることができる。（数学的な見方や考え方）

［ノート・発表］

□ここでの評価は、正しい根拠を基に考えることができるということに重点をおく。したがって、必ずしも本展開に示された考え方でなくてもよい。

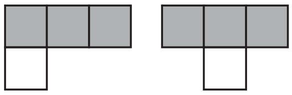
□次のような状態では、一つのピースにはなっていないことに留意する。



（正方形が横に４個並ぶとき）

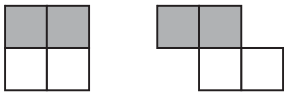
１通り

（正方形が横に３個並ぶとき）



２通り

（正方形が横に２個並ぶとき）



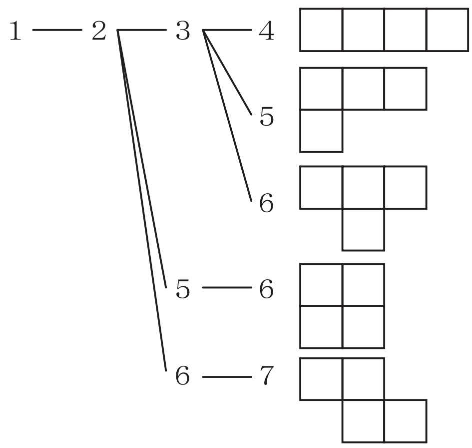
２通り

□補助発問例
「正方形を横に４個並べたらどんなピースができますか。横に３個並べた場合は、あと一つどこに付けられますか。」

S2：私は、樹形図を作って考えるために、このような工夫をしてみました。
正方形が４個ということは、横が長くなるように並べれば、縦の長さは正方形の一辺の２倍で済む。
だから、右の図の中にすべてのピースが収まることになる。

1	2	3	4
5	6	7	8

この図の１から８までの中の４箇所に正方形が入ることを考えて、樹形図を作ればよい。



T：それでは、発表してください。
（S1 と S2 の考えを発表する。）

□補助発問例
左の図の「１から８までを入れた正方形」を提示して、「どこに正方形を入れればピースができますか。」

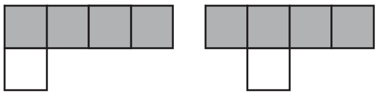
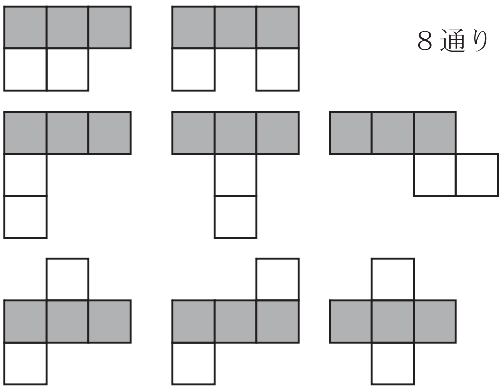
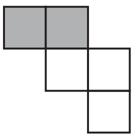
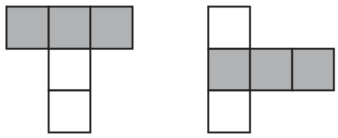
T：では、自分の考え方と発表した人の考え方を比較して、共通点や相違点をまとめましょう。また、発表した考え方は、どのような点がよいと思いましたか。理由も書きましょう。

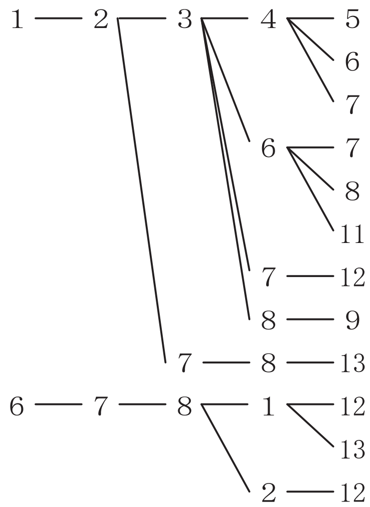
S：私は、樹形図を使って考えようとしたけれど、うまくいかなかった。S2 さんのようにあらかじめ正方形が入る部分に番号を付けておけば、樹形図で考えることができると知ったので今度はこのように考えたい。

S：S1 さんの考え方は、正方形が横に並んでい

◆いろいろな「場合の数」の求め方を比較し、よりよい求め方を考える。（数学的な見方や考え方）　［ノート］

<table>
<tr>
<td></td>
<td>る数で場合分けをしている。このように場合分けをすれば、比較的簡単に、もれなく見付けることができることを知った。
Ｔ：次の時間には、５つの正方形の物体を組み合わせてできたピースについて考えましょう。</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="2">第十一時（発展　第二時）</td>
<td>①前時の復習をする。
Ｔ：前の時間は、いくつかの正方形の物体を組み合わせて様々な形のピースを作りました。
Ｔ：では、４個の正方形の物体を組み合わせてピースを作ってみましょう。
Ｓ：〈前時の S1 さんや S2 さんの考えをもとに５種類のピースを作ることができる。〉</td>
<td>◆前時の考え方を基に、「場合の数」を求めることができる。
（数学的な技能）［ノート］</td>
</tr>
<tr>
<td>②ペントミノの「場合の数」の求め方を考える。
Ｔ：それでは、今日は、５個の正方形の物体を組み合わせてピースを作ってみましょう。その際、どのように考えたのかも説明できるようにしておいてください。
【予想される生徒の反応】
S3：（前時の S1 のように考える。）
（正方形が横に５個並ぶとき）

１通り
（正方形が横に４個並ぶとき）

２通り
（正方形が横に３個並ぶとき）

８通り
（正方形が横に２個並ぶとき）

１通り
よって、１＋２＋８＋１＝１２（通り）である。</td>
<td>□「ペントミノ」とは、５個の正方形の物体を組み合わせたピースのことである。
◆前時の考え方に基づいて、５個の正方形の物体を組み合わせたピースの作り方を考え、根拠をもって説明することができる。
（数学的な見方や考え方）
［ノート・発表］
□S3, S4 のどちらの方法であっても、正方形が横に３つ並ぶ場合においては、一方に正方形が２つ付く場合と、上下に正方形が１つずつ付く場合があることに気付かせるようにする。
□以下の２つのピースを別々にカウントする誤りが予想される。
</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>
S4：（前時の S2 のように考える。）
正方形が５個ということは、横が長くなるように並べれば、縦の長さは正方形の一辺の３倍で済む。
だから、下の図の中にすべてのピースが収まることになる。
<table>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr>
<tr><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr>
<tr><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td></tr>
</table>
この図の１から 15 までの中の５箇所に正方形が入ることを考えて、樹形図を作ればよい。

よって、１２通りである。
Ｔ：それでは、発表してください。
（S3 と S4 の考え方を発表する。）
</td>
<td>
□以下の２つのピースを別々にカウントする誤りが予想される。
1 ── 2 ── 3 ── 7 ── 12
6 ── 7 ── 8 ── 1 ── 11

□早く終わった生徒に対しては、６個の正方形を組み合わせてピースを作るように伝える。
</td>
</tr>
<tr>
<td>
Ｔ：では、自分の考え方と発表した人の考え方を比較して、共通点や相違点をまとめましょう。また、発表した考え方は、どのような点がよいと思いましたか。理由を含めて書きましょう。
Ｓ：前の時間に、樹形図を使って考えられることが分かったから使おうと思ったけれど、複雑でかえって難しかった。正方形が横に並ぶ数で場合分けをする方法もよいと思った。
Ｓ：樹形図を使うときは、１か６をスタートに考えることに注意しなくてはいけない。どちらの方法であっても、同じものを二重にカウントしてしまわないかに気を付けるところが難しいので、数えるときにはその点に注意する必要があると思った。
</td>
<td>
◆いろいろな「場合の数」の求め方を比較し、よりよい求め方を考えよ。（数学的な見方や考え方）
［ノート］
</td>
</tr>
</table>

５　参考資料（ポリオミノ polyomino）について

ポリオミノとは、いくつかの正方形を辺でつなげた多角形のことである。また、ポリオミノを図形の中に隙間なく並べるパズルのこともポリオミノと言われ、このパズルはアメリカの数学者であるソロモン・ゴロム（Solomon Wolf Golomb）が、1953（昭和28）年に考案した。

ポリオミノは、「多くの」という意味の接頭語「poly-」と、「omino」で構成されている。「omino」とは、２つの正方形を組み合わせてできた「ドミノ」（domino）を、「d-」と「omino」に分解してできた造語であり、ポリオミノを構成する正方形としている。

ポリオミノの種類としては、以下のようなものがある。

つなげる正方形の数	名称	ピースの種類
1	モノミノ	１種類
2	ドミノ	１種類
3	トリオミノ	２種類
4	テトロミノ	５種類
5	ペントミノ	１２種類
6	ヘキソミノ	３５種類
7	ヘプトミノ	１０８種類
8	オクトミノ	３６９種類
9	ノノミノ	１２８５種類
１０	デコミノ	４６５５種類
・ ・ ・	・ ・ ・	・ ・ ・

ミニ事例１　「魔方陣の仕組みを考えよう」　第２学年

1　単元名　「文字を用いた式」
2　本時のねらい
魔方陣を完成させ、完成させた魔方陣から法則を見いだし、それを証明することができる。

「魔方陣の仕組みを考えよう」

２年　　組

（１）マスの空いている箇所に１～９の整数を一つずつ当てはめて、縦・横・斜めの和が等しくなるようにしましょう。

（２）完成させた魔方陣から、どのようなことに気付きますか。

（３）（２）で気付いたことを証明しましょう。

解答例【（３）の証明においては、右下の図を用いる。】

（１）

2	7	6
9	5	1
4	3	8

図

a	b	c
d	e	f
g	h	i

（気付いたこと）$\boxed{\text{一列の数の和が１５である。}}$
（証明）$a+b+c+d+e+f+g+h+i=45$ …①
$a+b+c = d+e+f = g+h+i$ …②
①，②より、$a+b+c = d+e+f = g+h+i = 15$
よって、一列の数の和は１５である。…③

（気付いたこと）$\boxed{\text{中央の数は５である。}}$
（証明）③より、
$a+e+i = b+e+h = c+e+g = d+e+f = 15$
よって、
$(a+e+i)+(b+e+h)+(c+e+g)+(d+e+f)=60$ …④
④－①より、
$3e = 15$
$e = 5$
よって、中央の数は５である。…⑤

（気付いたこと）$\boxed{\text{四隅の数は、偶数である。}}$
（証明）もし a が奇数だと、一列の和が１５であることから、b と c はともに奇数かともに偶数。
b と c がともに奇数ならば、⑤より、g や h も奇数となり、奇数は５つしかないので矛盾。
b と c がともに偶数ならば、⑤より、g や h も偶数、d も偶数となり、偶数は４つしかないので矛盾。
したがって、a は偶数になる。（以下、同様）

ここでは、未習の「背理法」を用いている。背理法そのものの指導に深入りせず、「もし a が奇数だと成り立たないことを証明しましょう。」と、発問するとよい。

ミニ事例２　　「合同な直角三角形を作図しよう」　　第２学年

１　単元名　「三角形の合同」

２　本時のねらい

直角三角形の合同条件を基に、合同な直角三角形を作図することができる。

「合同な直角三角形を作図しよう」

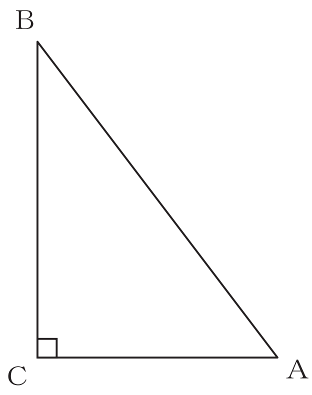
２年　　組＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

１　直角三角形の合同条件を復習しましょう。

（１）

（２）

２　直角三角形の合同条件を基に、下の直角三角形ＡＢＣと合同な直角三角形を作図しましょう。



［（１）を基に］

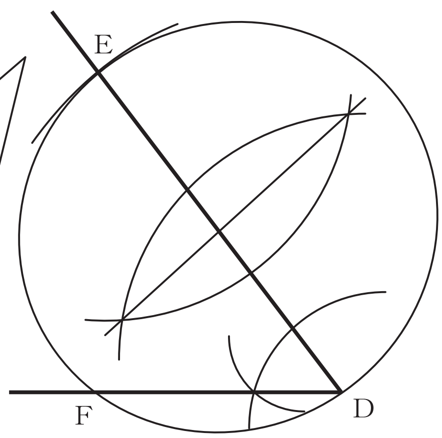
［（２）を基に］

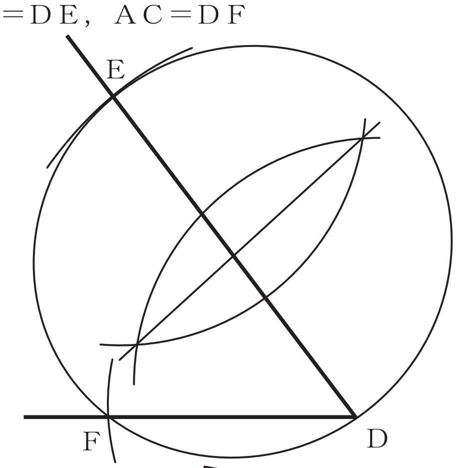
解答例

（１）斜辺と一つの鋭角がそれぞれ等しい。
∠Ｃ＝∠Ｆ＝９０°，
ＡＢ＝ＤＥ，∠Ａ＝∠Ｄ

（２）斜辺と他の一辺がそれぞれ等しい。
∠Ｃ＝∠Ｆ＝９０°，
ＡＢ＝ＤＥ，ＡＣ＝ＤＦ

①　ＡＢ＝ＤＥとなる線分ＤＥをかき、ＤＥを直径とする円をかく。
②　∠Ａと等しい∠Ｄをとり、頂点Ｄから半直線をひく。
③　①でかいた円と②でかいた半直線の交点が頂点Ｆである。





①は、（１）①と同様。
②　点Ｄを中心とし、ＡＣの長さを半径とした弧をかく。
③　①でかいた円と②でかいた弧の交点が頂点Ｆである。

ミニ事例３　「３乗以上の乗法公式について考えよう」　第３学年

1　単元名　「多項式の計算」

2　本時のねらい

乗法公式 $(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$ を基に、３乗以上の乗法公式を考えることができる。

「３乗以上の乗法公式について考えよう」

３年　　組

（１）次の式を展開しましょう。

①　$(x+y)^2$　　②　$(x+y)^3$　　③　$(x+y)^4$

（２）（１）から、$(x+y)^5$ を展開するとどのようになるでしょうか。

（３）パスカルの三角形について調べ、調べたことをまとめましょう。

（パスカルの三角形）

二項定理における係数を、三角形状に並べたもの。

1

1　1

1　2　1

1　3　3　1

1　4　6　4　1

1　5　10　10　5　1

1　6　15　20　15　6　1

解答

（１）　①　$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$

②　$(x+y)^3=(x+y)^2(x+y)$

$=(x^2+2xy+y^2)(x+y)$

$=x^3+x^2y+2x^2y+2xy^2+xy^2+y^3$

$=x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$

③　$(x+y)^4=(x^3+3x^2y+3xy^2+y^3)(x+y)$

$=x^4+x^3y+3x^3y+3x^2y^2+3x^2y^2+3xy^3+xy^3+y^4$

$=x^4+4x^3y+6x^2y^2+4xy^3+y^4$

反応例

（２）

- 「$x^5+○x^4y+○x^3y^2+○x^2y^3+○xy^4+y^5$」の形になると思う。
- 「x^4y」と「xy^4」の係数は５になると思う。
- （１）②で、「x^2y」と「xy^2」の係数が同じだから、この問題の「x^3y^2」と「x^2y^3」の係数は同じだと思う。
- 係数が、左右対称のようになっているから、「x^3y^2」と「x^2y^3」の係数は同じだと思う。
- 実際に展開して、どのような形になるのか調べてみたい。

（３）　数学や科学に関する読みものやＷｅｂ等で、パスカルの三角形について調べる。

ミニ事例４　「様々な平均について考えよう」　第３学年

１　単元名　「平方根」
２　本時のねらい
　相加平均・相除平均・調和平均が用いられる場面について考え、相加平均・相除平均・調和平均の求め方を考えることができる。

「様々な平均について考えよう」

３年　　組　　　　　

（１）次の各問題に答えましょう。

①　Ａさんの３回の数学のテストにおける得点は、８０点、４５点、７０点でした。３回の数学のテストの平均点を求めなさい。

②　縦７cm、横９cmの長方形があります。この長方形と面積の等しい正方形の一辺は何cmですか。

③　ある仕事があり、Ａさんが一人で行うと４時間かかり、Ｂさんが一人で行うと２時間かかり、Ｃさんが一人で行うと８０分かかります。
　この仕事の３倍の仕事を、Ａさん・Ｂさん・Ｃさんが一緒に行うと何時間かかりますか。

（２）（１）の各問題では、それぞれ「平均」を求めています。
　これまでに学習した以外の「平均」について調べ、それらの求め方をまとめましょう。

解答例

①　（８０＋４５＋７０）÷３＝１９５÷３
　　　　　　　　　　＝６５
　　　　　　　　（答え）６５点

②　長方形の面積は、７×９＝６３cm^{2}である。
　正方形の一辺を x cmとすると、x^2＝６３
　よって、$x=3\sqrt{7}$　（$x>0$ より）
　　　　　　　　（答え）$3\sqrt{7}$ cm

　この問題における正方形の一辺の長さは相加平均では求めないことを確認し、相除平均との違いを理解させる。さらに、相除平均の値は常に相加平均の値以下になることを証明させてもよい。

③　この仕事の量を a とすると、
　Ａさんは１時間あたり $\frac{a}{4}$、Ｂさんは１時間あたり $\frac{a}{2}$、Ｃさんは１時間あたり $\frac{3a}{4}$ の量だけ仕事をすることができる。
　よって、Ａさん・Ｂさん・Ｃさんが一緒に行うと、１時間あたり $\frac{3a}{2}$ の量だけ仕事をすることができるので、３a の量の仕事をするためには、
　$3a \div \frac{3a}{2} = 2$（時間）かかる。
　　　　　　　　（答え）２時間

　この問題を求めるためには、逆数の和の逆数を考えていることから、調和平均の求め方を考えさせるようにする。

ミニ事例５　「正五角形を作図しよう」　第３学年

１　単元名　「三平方の定理」

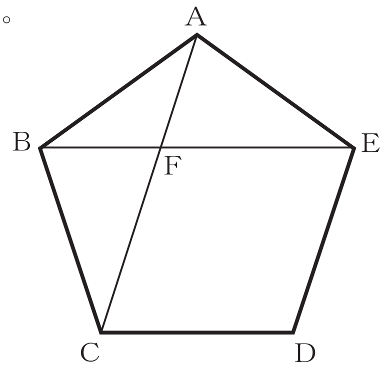
２　本時のねらい

正五角形の一辺と対角線の長さの関係を基に、正五角形を作図することができる。

「正五角形を作図しよう」

３年　　組

（１）正五角形の一辺と対角線の長さの関係について復習しましょう。
右の図において、ＡＢの長さを１としたとき、ＡＣの長さは
いくつになりますか。



（２）（１）で求めた正五角形の一辺と対角線の長さの関係を基に、
正五角形を作図しましょう。

解答

（１）ＡＣ＝x とする。

△ＣＢＦは、ＣＢ＝ＣＦの二等辺三角形 …①

ＡＦ＝ＡＣ－ＣＦ …②

①，②より、ＡＦ＝ＡＣ－ＣＢ＝(x－１) …③

△ＡＢＣ∽△ＡＦＢなので、ＡＢ：ＡＦ＝ＡＣ：ＡＢ…④

ＡＢ＝１，ＡＣ＝x，④を代入すると、

$1 : (x-1) = x : 1$

$x^2 - x - 1 = 0$　　　よって、$x = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$　（$x > 0$ より）　（答え）$\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

（２）次の①～⑤の手順で作図する。

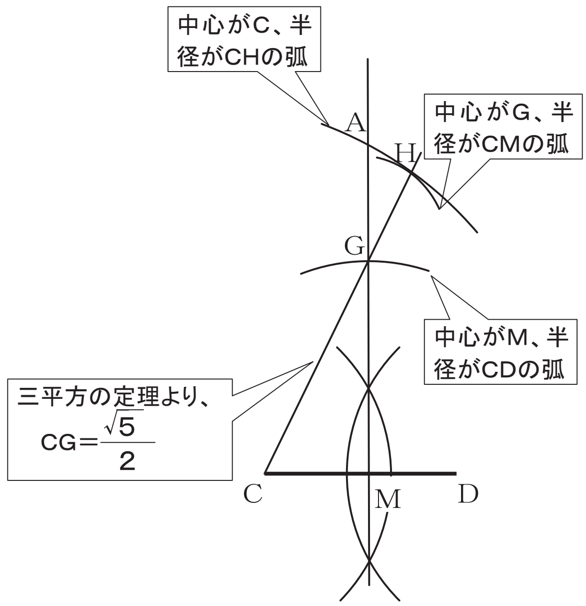
①　ＣＤの垂直二等分線を作図して中点Ｍを決める。

②　①でかいた垂直二等分線上にＣＤ＝ＭＧとなる点Ｇを決める。

③　ＣＧの延長線上に、ＣＭ＝ＧＨとなる点Ｈを決める。

④　①でかいた垂直二等分線と中心がＣ、半径がＣＨの弧との交点がＡである。

⑤　ＣＡが底辺となる二等辺三角形を作図するとＢが決まる。Ｅも同様である。



発展的な学習を推進するための教材・指導法の開発委員会（中学校）委員名簿

氏　名	所属及び職名	備　考
児　島　邦　宏	東京学芸大学名誉教授	
秋　山　純　子	杉並区立西宮中学校長	中学校国語科部会
大　林　　博	渋谷区立本町中学校主幹教諭	中学校国語科部会
小石沢　さやか	北区立赤羽岩淵中学校教諭	中学校国語科部会
大　野　　文	北区立浮間中学校教諭	中学校国語科部会
岩　谷　俊　行	杉並区立向陽中学校長	中学校社会科部会
三　枝　利　多	目黒区立目黒中央中学校主任教諭	中学校社会科部会
詰　田　剛　也	江戸川区立小松川第二中学校教諭	中学校社会科部会
島　田　一　郎	町田市区立町田第三中学校主幹教諭	中学校社会科部会
市　川　敦　子	武蔵村山市立第一中学校主任教諭	中学校社会科部会
小　林　　博	調布市立第三中学校長	中学校数学科部会
三　森　彩　未	目黒区立第三中学校教諭	中学校数学科部会
徳　田　哲　男	足立区立西新井中学校主幹教諭	中学校数学科部会
小　高　洋　平	足立区立栗島中学校教諭	中学校数学科部会
亀　山　大　輔	調布市立第三中学校教諭	中学校数学科部会
高　畠　勇　二	練馬区立開進第一中学校長	中学校理科部会
佐　藤　　豊	北区立桐ヶ丘中学校主幹教諭	中学校理科部会
荒　井　英　樹	立川市立立川第二中学校主幹教諭	中学校理科部会
上　村　雅　彦	町田市立金井中学校教諭	中学校理科部会
白　川　　恒	あきる野市立秋多中学校教諭	中学校理科部会
松　岡　敬　明	渋谷区立鉢山中学校長	中学校外国語科部会
原　田　博　子	江東区立深川第一中学校主任教諭	中学校外国語科部会
江　濱　悦　子	大田区立貝塚中学校教諭	中学校外国語科部会
宮　本　猛　司	世田谷区立深沢中学校主任教諭	中学校外国語科部会
太　田　恵理子	江戸川区立西葛西中学校主任教諭	中学校外国語科部会

なお、本委員会については、教育庁において次の者が担当した。

氏　名	所属及び職名
伊　東　　哲	指導部義務教育特別支援教育指導課長
宇　田　　剛	指導部主任指導主事（学力調査担当）
小　瀬　和　彦	指導部義務教育特別支援教育指導課統括指導主事
毛　利　元　一	指導部義務教育特別支援教育指導課指導主事
山　村　智　治	指導部義務教育特別支援教育指導課指導主事
藤　田　修　史	指導部義務教育特別支援教育指導課指導主事
斎　藤　圭　祐	指導部義務教育特別支援教育指導課指導主事
福　泉　宏　介	指導部義務教育特別支援教育指導課指導主事
阿　部　大　介	指導部義務教育特別支援教育指導課指導主事

発展的な学習を推進するための指導資料
（中学校編）
数　学

東京都教育委員会印刷物登録
平成２３年度　第１９５号

平成２４年3月
編集・発行　　東京都教育庁指導部義務教育特別支援教育指導課
所在地　東京都新宿区西新宿二丁目８番１号
電話番号　（０３）５３２０－６８４１
印刷会社名　　広望企画株式会社